2.2 . Cu $\left\{\begin{array}{l}\mu \ ? \\ \tau \longrightarrow \frac{1}{\tau} \ ?\end{array}\right.$ $\left(\mu = \frac{e\tau}{m}\right)$

$$\sigma = n e \mu$$

$$\frac{8.96\ \cancel{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\cancel{mol}}{63.5\ \cancel{g}} \cdot 6.02\times10^{23} \frac{\cancel{Cu}\ \text{atoms}}{\cancel{mol}} \cdot \frac{1\ \text{electron}}{\cancel{Cu\ atom}}$$

$$\mu \longrightarrow 43\ \text{cm}^2/\text{V.s} \leftarrow \left(\mu = \frac{e\tau}{m}\right)$$

$$\tau = 2.5\times10^{-14}\ \text{s}$$

$$\frac{1}{\tau} \approx 10^{14}\ \text{Hz}$$

$$v = \frac{l_{mfp}}{\tau} \longrightarrow \underline{37\ \text{nm}}$$

2.10 $\rho \propto T^{1.2}$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1.2} \quad T = ?$$

$\rho_0 = 5.51\times10^{-8}\ \Omega\text{.m}$

$T_0 = 300\text{K}$

2,800 K

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

40W, 120V $\rightarrow R$

$l = 0.381$ m

$A \leftarrow \phi 33\ \mu\text{m}$

$\pi r^2 \quad 2r$

2.26

1 mm

ac: 10MHz, 1 GHz

$$\left.\begin{array}{l}24\times \ 10\text{MHz}\\ 240\times \ 1\text{GHz}\end{array}\right\} = \frac{r_{ac}}{r_{dc}} = ? = \frac{\rho/A_{ac}}{\rho/A_{dc}} = \frac{A_{dc}}{A_{ac}} = \frac{\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}}{2\cancel{\pi}\cancel{r}\delta} = \frac{r}{2\delta}$$

?

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cancel{2}\pi f\,\sigma_{dc}\,\cancel{\mu_r}\,\mu_0}{\cancel{2}}}}$$

Ex 2.2

จาก $\sigma = ne\mu$. จะสามารถคำนวณ μ ได้ก็ต่อเมื่อทราบ σ และ n

โจทย์ให้ $= 5.9\times10^{5}\ /\Omega.cm$.

n สามารถคำนวณได้จาก ความหนาแน่น $8.96\ g/cm^3$ และ มวลอะตอม $63.5\ (g/mol)$

กล่าวคือ $n = 8.96 \frac{\cancel{g}}{cm^3} \frac{\cancel{mol}}{63.5\ \cancel{g}} \times 6.02\times10^{23} \frac{atoms}{\cancel{mol}} = 8.5\times10^{22}\ cm^{-3}$.

$$\therefore \mu = \frac{\sigma}{ne} = \frac{5.9\times10^5}{\Omega.cm}\ \frac{cm^3}{8.5\times10^{22}\quad 1.6\times10^{-19}\ C}$$

เช็คหน่วย μ:

$$\frac{cm^3}{\Omega.cm.C} = \frac{cm^2}{\Omega.C} = \frac{cm^2}{\frac{V}{A}.C} = \left(\frac{cm^2}{V.s}\right)$$

จาก $V=IR$ หรือ $V=A.\Omega$.

หน่วยมาตรฐานของ μ

$$\therefore \mu = \frac{5.9\times10^5}{8.5\times10^{22}\cdot1.6\times10^{-19}}\ \frac{cm^2}{V.s} = \underline{43.4}\ \frac{cm^2}{V.s} \quad \#$$

เพราะจาก $\mu = \frac{e\tau}{m} \rightarrow \tau = \frac{m\mu}{e} = \frac{9.1\times10^{-31}\ kg.\ 43.4}{1.6\times10^{-19}\ C.}\ \frac{cm^2}{V.s}$

เช็คหน่วย τ : $\frac{kg.\ cm^2}{C.V.s}$

$$= \frac{kg.\ cm^2}{C.V.s}.\frac{s}{s}$$

$$= \frac{kg.\ cm^2.\ s}{kg.\ m^2} = 10^{-4}\ s$$

จาก force $=$ mass$\times$acceleration $= q.E$

จะได้ $kg.\frac{m}{s^2} = C.\frac{V}{m}$

คือ $kg.m^2 = C.V.s^2$.

$$\therefore \tau = \frac{9.1\times10^{-31}\times43.4}{1.6\times10^{-19}}\times10^{-4}\ s \simeq \underline{\underline{2.5\times10^{-14}}}\ s \quad \#$$

จาก $v = \frac{s}{t}$ $\rightarrow$ จะได้ mean free path (s) $= v.t = v.\tau = 1.5\times10^6 \frac{m}{\cancel{s}}\times 2.5\times10^{-14}\ \cancel{s}$.

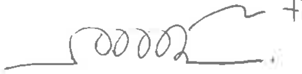
mfp. $\simeq \underline{\underline{37\ nm}}$.

เมื่อเทียบกับ lattice constant $a = 0.36\ nm$

จะพบว่า mfp. $\approx 100\,a$. คือ e^- จะสามารถเดินทางผ่าน lattice ได้ประมาณ 100 เท่าของ a จึงจะถูกกระเจิง (โดนเฉี่ยว).

#

Ex 2.10



filament : $L = 0.381$ m

$\phi = 33 \times 10^{-6}$ m

$\rho_0 = 5.51 \times 10^{-8}$ Ω.m. ← @ room temp $= 300$ K.

40W, 120V

กำหนดให้ $\rho \propto T^{1.2}$. หรือ $\dfrac{\rho}{\rho_0} = \left(\dfrac{T}{T_0}\right)^{1.2}$

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{120 \cdot 120}{40} = 360\,\Omega.$$

จาก $R = \dfrac{\rho l}{A} \rightarrow \rho = \dfrac{RA}{l} = \dfrac{360\,\Omega \cdot \pi\left(\frac{33}{2} \times 10^{-6}\,\text{m}\right)^2}{0.381\ \text{m}} = 8.08 \times 10^{-7}\ \Omega.\text{m}$

(ρ: ขณะทำงาน)

$$\therefore \frac{8.08 \times 10^{-7}}{5.51 \times 10^{-8}} = \left(\frac{T}{300}\right)^{1.2}$$

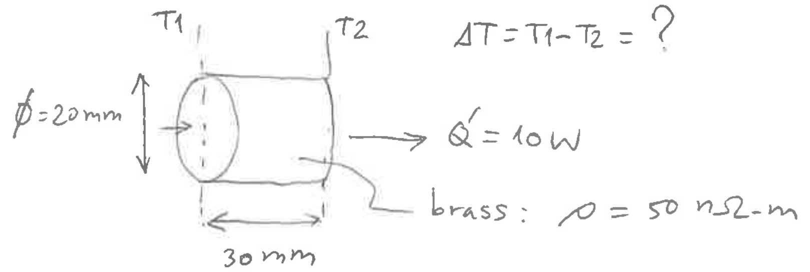
$$T = 300\left(\frac{8.08 \times 10^{-7}}{5.51 \times 10^{-8}}\right)^{1/1.2} = 2{,}812\ \text{K}. \quad \text{หรือ} = 2{,}539\ ^{\circ}\text{C}.$$

(จุดหลอมเหลวของ tungsten filament $\approx 3{,}700$ K $\therefore$ ไส้ไม่ขาด OK)

เพราะ operate ที่อุณหภูมิต่ำกว่าจุดหลอมเหลวเยอะ

(อุณหภูมิผิวของดวงอาทิตย์ $\approx 5{,}800$ K)

Ex 2.19



$\Delta T = T_1 - T_2 = ?$

Given $C_{WFL} = 2.44 \times 10^{-8} \ \frac{W\Omega}{K^2}$

อัตราการถ่ายเทความร้อนผ่านก้อนโลหะตามกฎของ Fourier คือสมการ

$$Q' = kA \cdot \frac{\Delta T}{L} \quad \text{หรือคือ} \quad \Delta T = \frac{LQ'}{kA}$$

30 mm, 10W, $\pi(10\times10^{-3}\,m)^2$

(thermal conductivity) (Kelvin)

$$\text{จาก} \quad \frac{k}{\sigma T} = C_{WFL} \rightarrow k = \frac{TC_{WFL}}{\rho} = \frac{300\,\cancel{K} \cdot 2.44\times10^{-8}}{50\times10^{-9}\,\cancel{\Omega}\text{-}m}\,\frac{W.\cancel{\Omega}}{K^{\cancel{2}}} = 146.4 \ \frac{W}{m.K}$$

$$\therefore \Delta T = \frac{30\times10^{-3}\,\cancel{m} \times 10\,\cancel{W}}{146.4 \cdot \pi \times 10^{-4}\,\cancel{m^2}}\left(\frac{\cancel{m}.K}{\cancel{W}}\right) = \underline{6.52 \ K \ \text{หรือ} \ 6.52\,^{\circ}C} \ \#$$

Ex. 2.26

Cu : $\rho_{dc} = 1.7\times10^{-8} \ \Omega.m$, $\sigma_{dc} = 5.9\times10^{7} \ /\Omega.m$

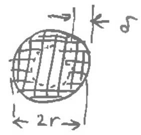
$\mu_r \sim 1$, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7} \ H/m.$

$\frac{R_{10MHz}}{R_{dc}} = ?$ also $\frac{R_{1GHz}}{R_{dc}} = ?$

จาก $R = \frac{\rho l}{A}$ จะพบว่า R จะขึ้นกับความยาวของสายไฟฟ้าเท่านั้น (ไม่ขึ้นกับความถี่ของสัญญาณ) (l)

แต่ พท. หน้าตัดในการนำไฟฟ้าที่ความถี่สูง จะลดลงเนื่องจาก skin effect.

∴ หาสัดส่วน $\frac{R_{ac}}{R_{dc}}$ แท้จริงคือหาอัตราส่วน $\frac{A_{dc} \leftarrow \text{พท.} |||}{A_{ac} \leftarrow \text{พท} \equiv}$



skin depth = $\sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}}$

โดย $A_{dc} = \pi r^2$ แต่ $A_{ac} = \pi r^2 - \pi(r-\delta)^2 \simeq 2\pi r\delta \rightarrow \frac{A_{dc}}{A_{ac}} \approx \frac{\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}}{2\cancel{\pi}\cancel{r}\delta} = \frac{r}{2\delta}$

จาก $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}}$ จะได้ $\delta = \sqrt{\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\pi f \ Hz \cdot \frac{5.9\times10^{\cancel{7}}}{\Omega.m} \cdot 4\pi\times10^{\cancel{-7}} \cdot \frac{H}{m}}}$

เช็คหน่วย $\delta = \sqrt{\frac{\Omega.m^2}{H.\,Hz}} = \sqrt{\frac{\Omega\,m^2}{H/s}} = \sqrt{\frac{\Omega.m^2}{\Omega}} = m.$

$\therefore \delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \times 5.9 \times 4\pi}}$ m เมื่อ f อยู่ในหน่วย Hz.

∴ ที่ 10 MHz : $\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi^2 \cdot 10\times10^6 \times 5.9\times4}} = 20.7\ \mu m = 2.07\times10^{-5}\ m \rightarrow \frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \frac{r}{2\delta} = \frac{10^{-3}}{2\times2.07\times10^{-5}} = \underline{24\times}$ เท่า

1 GHz : $\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi^2\times10^9\times5.9\times4}} = 2.07\times10^{-6}\ m \rightarrow \frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \frac{10^{-3}}{2\times2.07\times10^{-6}} = \underline{240\times}$