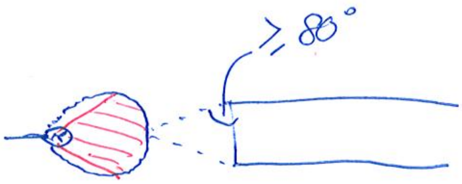


external →

$$r_\perp = r_{//} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{-0.5}{2.5} = -0.2$$

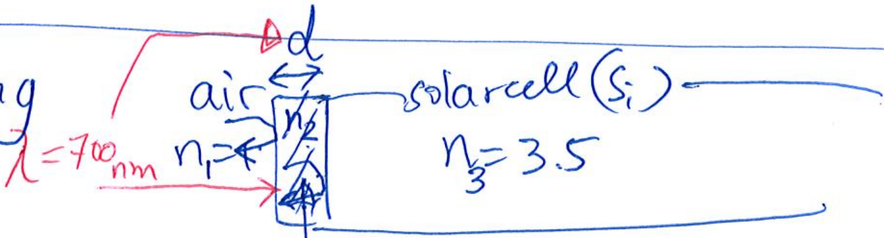
($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$)

← internal

$$= \frac{1.5-1}{1.5+1} = \frac{+0.5}{2.5} = +0.2$$

$$R = |r|^2 = 0.04$$

9.10 no coating



$$R = |r_\perp|^2 = \left|\frac{1-3.5}{1+3.5}\right|^2 \simeq 30\% \ (!)$$

ARC (n?, d?)

คลื่นสะท้อน $= A + B$

$-A$

$= 0$

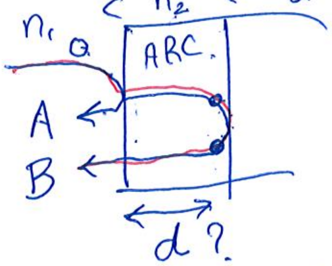
Destructive interf.

$$\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \rightarrow n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$$

($n_1 = 1$, $n_3 = 3.5$)

Si_3N_4 → $= 1.8$

$$E = E_0 \exp j(\omega t - kz + \phi)$$



$\phi_A = \pi$

$\phi_B = 0 + 0 + kd + \pi + kd + 0$ (initial ↓, เดินใน n_2 จะ ↓)

$= \pi + 2kd$

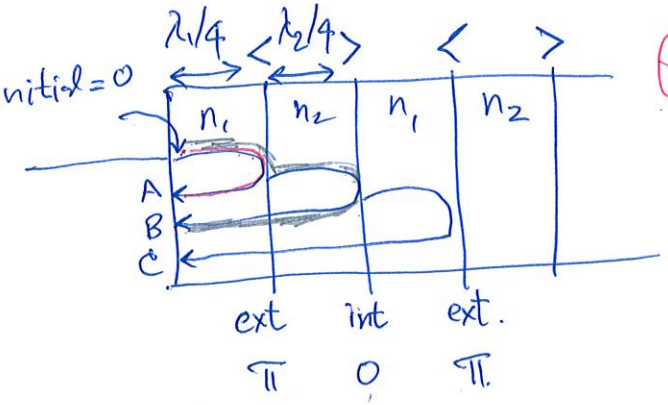
$$\Delta\phi_{AB} = 2kd = \pi$$

$(k = \frac{2\pi}{\lambda})$

$$d = \frac{\pi}{2 \cdot 2\pi} \lambda = \frac{\lambda}{4}$$

Quarter wave

Q.11.



Quarter-wave stack

← ref. type

← ϕ shift.

constr. int.

$$2\pi = \phi_A = 2(k_1 d_1) + \pi = \pi + 2k_1 d_1 \quad \checkmark$$

$$2\pi = \phi_B = 2(k_1 d_1 + 0 + k_2 d_2) + 0 = 2k_1 d_1 + 2k_2 d_2$$

$$4\pi = \phi_C = 2(k_1 d_1 + k_2 d_2 + k_1 d_1) + \pi = \pi + 4k_1 d_1 + 2k_2 d_2$$

$$\text{m} \quad k_1 d_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_1}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow 2k_1 d_1 = \pi$$

$$k_2 d_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} \cdot \frac{\lambda_2}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow 2k_2 d_2 = \pi$$

เฉลยแบบฝึกหัดคำนวณ บทที่ 9 Optical Properties of Materials.

(9.2) ∴ GaAs @ 300 K, λ ในช่วง 0.89 – 4.1 μm มี refractive index (n) ดังความสัมพันธ์

$$n^2 = 7.1 + \frac{3.78\lambda^2}{\lambda^2 - 0.2767} \quad [\lambda \text{ in } \mu m]$$

สำหรับแสงพลังงาน $E = 1.2$ eV หรือ $\lambda_{(\mu m)} = \frac{1.24}{E(eV)} = 1.033\ \mu m$.

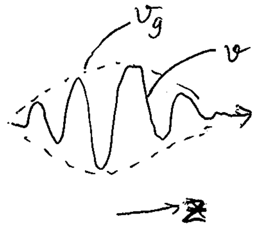
จะได้ $n = \sqrt{7.1 + \frac{3.78 \times 1.033^2}{1.033^2 - 0.2767}} = 3.493$. #

(9.6) จากกราฟใน slide จะอ่านค่า n ได้ = 1.447

และ N_g ได้ = 1.462

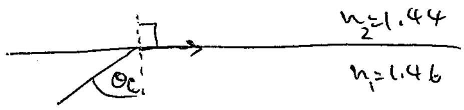
∴ phase velocity $v = \frac{c}{n} = \frac{3\times10^8}{1.447} \simeq 2.07\times10^8$ m/s

และ group velocity $v_g = \frac{c}{N_g} = \frac{3\times10^8}{1.462} \simeq 2.05\times10^8$ m/s.



∴ envelope (เส้นประ) จะดูเหมือนเดินทางไปทางซ้าย ขณะที่คลื่น (เส้นทึบ) เคลื่อนที่ไปทางขวา. #

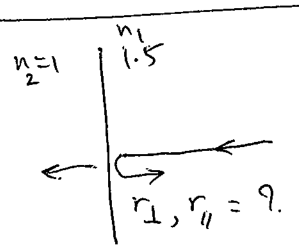
(9.8)

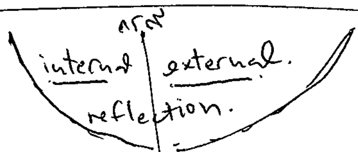


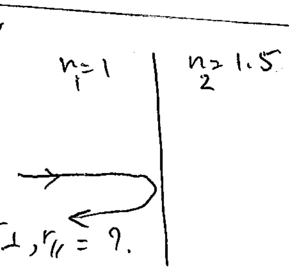
$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90°$

∴ $\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} = 80.5°$. #

(9.9)







normal incidence $\theta_i = 0°$

reflection coefficients

∴ $r_\perp = r_{//} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{0.5}{2.5} = +0.2$ (in phase)

reflectance

∴ $R = |r_\perp|^2 = 0.04$ or 4%

∴ แสงสะท้อน inphase กับแสงตกกระทบ และมีพลังงานเหลือ 4%

$\frac{E_r}{E_i}$

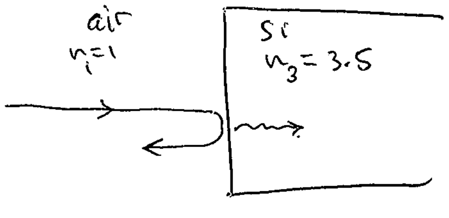
∴ $r_\perp = r_{//} = \frac{-0.5}{2.5} = -0.2$ (out of phase)

reflectance

$R = |r_\perp|^2 = 0.04$ or 4%

∴ แสงสะท้อน out of phase กับแสงตกกระทบ มีพลังงาน 4% ของแสงตกกระทบ #

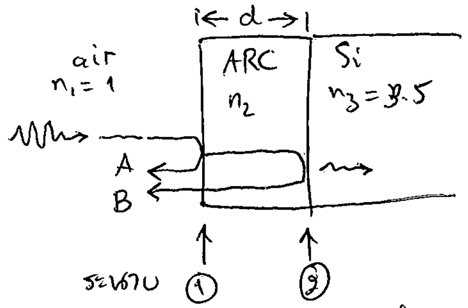
(9.10) แผง Si รับแสงโดยตรง



- $R = \left|\frac{1-3.5}{1+3.5}\right|^2 = 0.309$ หรือ 30.9 %

∴ พลังงานจากดวงอาทิตย์ที่ตกกระทบเข้าไปยัง Si จะเหลือเพียง ~70% ซึ่งจะถูกแปลงไปเป็นพลังงานไฟฟ้าได้เพียง η (~10–20%) เท่านั้น

- แต่ในวิธีที่อุตสาหกรรมนิยมใช้ในการลดพลังงานสูญเสียนี้คือการเคลือบ solar cell ด้วย anti-reflection coating ที่มีดัชนีหักเห n_2 ที่เหมาะสม และความหนา d ที่ผลิตได้ง่ายและถูก.



แสงส่วนที่ผ่านเข้าไปใน Si จะมากที่สุดเมื่อ A และ B มี amplitude ใกล้เคียงกัน และ out of phase
(ในอุดมคติ $A = -B$ หรือ $A + B = 0$).

amplitude ▶ เกณฑ์สำคัญที่ใช้ในการกำหนด n_2 คือ คลื่นสะท้อนที่ผิวหน้า (①) ควรมี amplitude เท่ากับ –
" หลัง (②)

กล่าวคือ $$\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}$$

คูณตลอด 2 ข้างด้วย $(n_1+n_2)(n_2+n_3)$, $+-\times\div$ ย้ายข้าง จะได้ $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$ #
$(n_1 < n_2 < n_3)$

phase ▶ เกณฑ์ที่ใช้ในการกำหนดความหนา d คือ A และ B ควร out of phase.

$\Delta\phi$ ที่พื้นผิว
- สำหรับ normal incidence ($\theta_i = 0$) คลื่นสะท้อนจะมี ϕ เปลี่ยนไปหรือไม่ ขึ้นอยู่กับว่า เป็น internal หรือ external reflection. แบ่งเป็น internal : $\Delta\phi = 0$ ← [1]
external : $\Delta\phi = \pi$ ← [2]
- ส่วนคลื่นส่งผ่าน (transmitted) จะมี $\Delta\phi = 0$ เสมอ ← [3]

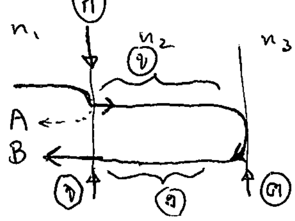
$\Delta\phi$ ในวัสดุ
- ในการเดินทางอย่างต่อเนื่องในวัสดุเดียวกัน การเปลี่ยนแปลงของเฟสจะขึ้นอยู่กับ wavenumber (k) และระยะทางในการเดินทาง (z) จากสมการคลื่น $E = E_0 \exp j(\omega t - kz)$ ∴ คลื่นระนาบที่เคลื่อนที่ในวัสดุที่มีดัชนีหักเห n เป็นระยะ z จะมีเฟสเปลี่ยนไป $\Delta\phi = kz$ [4] เมื่อ $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0/n}$

∴ ϕ ของคลื่น A เมื่อเทียบกับคลื่นตกกระทบ จะมีค่าเท่ากับ $\Delta\phi_A = \pi$ (จาก [2] เพราะ A เกิด ext. ref. ครั้งเดียว)

ส่วน ϕ " B "

$$\Delta\phi_B = 0 + k_2 d + \pi + k_2 d + 0$$

0	$k_2 d$	π	$k_2 d$	0	
[3]	[4]	[2]	[4]	[3]	← ค่า phase change จาก สมการด้านบน
(ก)	(ข)	(ค)	(ง)	(จ)	← ตำแหน่งที่เกิด phase change



สรุปคือ

$$\Delta\phi_A = \pi$$

$$\Delta\phi_B = 2k_2 d + \pi = 2\cdot\frac{2\pi}{\lambda_2}\cdot d + \pi = \frac{4\pi}{\lambda_0/n_2}\cdot d + \pi$$

$$= \frac{4\pi n_2}{\lambda_0} d + \pi$$

คลื่น A และ B จะหักล้างกันก็ต่อเมื่อ $\frac{4\pi n_2}{\lambda_0} d = m\pi$ เมื่อ $m = \pm 1, 3, 5, \ldots$

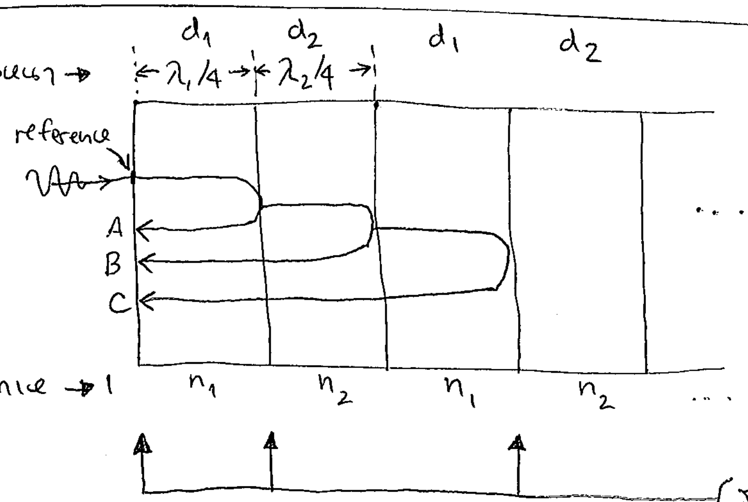
หรือ $\frac{4\pi n_2 d}{\lambda_0} = m\pi \rightarrow d = m\frac{\lambda_0}{4n_2}$ #

designed wavelength ในที่นี้คือ 700 nm

$4n_2$: $n_2 = \sqrt{n_1 n_3} = 1.87$

∴ d ที่บางที่สุดจะมีค่า $1 \times 700\text{ nm}/1.87\times 4 \cong 94$ nm. #

(9.11)

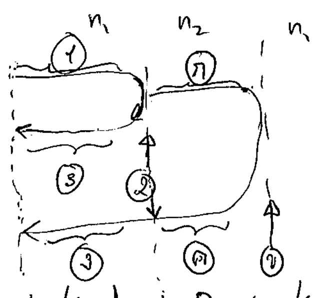


- เมื่อ $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$, $\lambda_2 = \lambda_0/n_2$ (550 nm.)
- พิจารณา $\Delta\phi$ ที่ interfaces ทั้งหมดเมื่อ $1 < n_1 < n_2$.

ระนาบที่เกิด external reflection เพราะคลื่นเคลื่อนที่เข้าสู่วัสดุที่มีดัชนีหักเหสูงกว่า ระนาบเหล่านี้จะทำให้คลื่นสะท้อนมีเฟสเปลี่ยนไป $\Delta\phi = \pi$ เมื่อเทียบกับคลื่นตกกระทบ.

ระนาบนี้เกิด internal reflection $\Delta\phi = 0$

ด้วยตรรกะเดียวกับข้อที่ 9.10 จะสามารถเขียนเฟสของคลื่น A, B, C (ในวัสดุ n_1) ได้ดังนี้



- $\Delta\phi_A = k_1 d_1 + \pi + k_1 d_1$ (1) (2) (3)
- $\Delta\phi_B = k_1 d_1 + 0 + k_2 d_2 + 0 + k_2 d_2 + 0 + k_1 d_1$. (ก) (ข) (ค) (2) (ง)

ที่เป็นศูนย์เพราะ transmission.

ส่วนนี้เป็นศูนย์เพราะ internal reflection.

- $\Delta\phi_C = k_1 d_1 + 0 + k_2 d_2 + 0 + k_1 d_1 + \pi + k_1 d_1 + 0 + k_2 d_2 + 0 + k_1 d_1$.

ครับผม :

$$\Delta\phi_A = \pi + 2k_1d_1 = 2\pi$$
$$\Delta\phi_B = 2k_1d_1 + 2k_2d_2 = 2\pi$$
$$\Delta\phi_C = \pi + 4k_1d_1 + 2k_2d_2 = 4\pi$$

} ต่างกัน 0 หรือ 2π ∴ in phase กัน #

แต่ $k_1d_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}\cdot\frac{\lambda_1}{4} = \frac{\pi}{2}$ หรือ $2k_1d_1 = \pi$

และ $k_2d_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}\cdot\frac{\lambda_2}{4} = \frac{\pi}{2}$ หรือ $2k_2d_2 = \pi$

(9.12) ⑤ $\lambda = 826.6$ nm, Si จง $N = n - jK = ?$

เพราะ $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' = 13.488 - j0.038$

จากสมบัติแม่เหล็ก $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ หรือ $n - jK = \sqrt{\varepsilon' - j\varepsilon''}$ ยกกำลังสอง

$$(n-jK)^2 = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$$
$$(n^2 - K^2) - 2njK = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$$

real part : $n^2 - K^2 = \varepsilon_r' = 13.488$

imaginary part : $2nK = \varepsilon_r'' = 0.038$

} แก้สมการ 2 ตัวแปร ยกกำลังสอง $n \simeq 3.67$, $K \simeq 5.2\times10^{-3}$.

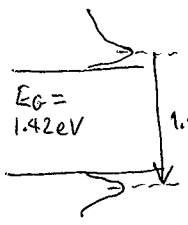
∴ $N = 3.67 - 0.0052j$ #

▶ $\alpha = 2k'' = 2k_0K = 2\cdot\frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot K = \frac{4\pi\cdot0.0052}{826.6\text{ nm}} = \frac{4\pi\cdot0.0052}{826.6\times10^{-7}\text{ cm}}$

∴ $\alpha = 790\ \text{cm}^{-1}$ #

▶ $v = \frac{c}{n} = \frac{3\times10^8}{3.67}\frac{m}{s} = 8.2\times10^7\ \frac{m}{s}$. #

(9.17)



$\lambda = \frac{1.24}{1.44} \simeq 860$ nm.

ตัวนำที่ทำให้เกิดแสง	ตัวนำที่ไม่ทำให้เกิดแสง
ใช้ GaAs direct semic.	ใช้ Si indirect semic.

จากกราฟ $\alpha(Si)$ @ 860 nm $= 6\times10^4\ m^{-1}$

∴ แสงที่ถูกดูดซึมในระยะทำให้เหลือ (63%) $1/\alpha = 17\ \mu m$ จากผิวหน้า.

#