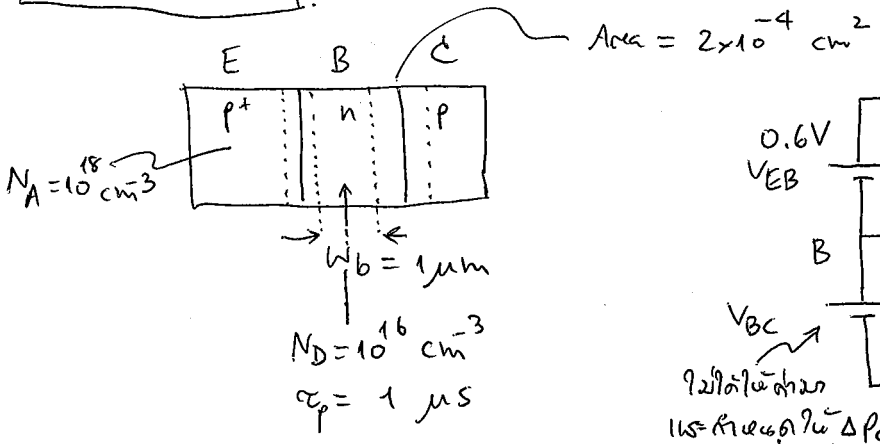
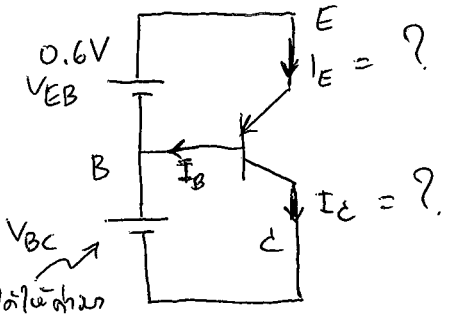
ข้อ 7.7, 7.10, 7.11.




ไม่ได้ให้มาแต่ก็ทราบดีว่า $\Delta p_C$ มีค่าเท่าใด เพราะว่า $|V_{BC}| \gg kT$ $\xleftarrow{\text{ทำให้}}$ $\Delta p_C = p_n\left\{\exp\left(\frac{V_{CB}}{kT}\right)-1\right\}$

(a) หาค่า $I_E$ และ $I_C$

เมื่อ BJT อยู่ในบริเวณโซน forward active จะได้

$$I_{Ep} \approx qA\frac{D_p}{L_p}\Delta p_E \coth\frac{W_b}{L_p} \quad \text{และ} \quad I_C \approx qA\frac{D_p}{L_p}\Delta p_E \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p} \quad \text{---} \ (1), \text{และ} \ (2)$$

มี parameters ต่างๆ ให้ลบก่อน (ตามลำดับจากซ้ายไปขวา).

$A$: $2\times10^{-4}$ cm$^2$ (โจทย์ให้มาอยู่แล้วตั้งแต่ต้น)

$D_p$: คำนวณจาก ความสัมพันธ์ไอน์สไตน์ $\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$ โดยให้ค่า $\mu$ จากกราฟ $\mu$-N

ที่ความเข้มข้น $N_D = 10^{16}$ cm$^{-3}$ จะได้ $\mu_p \approx 450 \frac{cm^2}{V\cdot s}$

$\therefore$ ที่อุณหภูมิห้อง $\frac{kT}{q} = 0.026$ V จะได้

$$D_p = 450\frac{cm^2}{V\cdot s}\times 0.026\,V = 11.7\ cm^2/s$$

$L_p$: คำนวณจาก ความสัมพันธ์ $L = \sqrt{D\tau}$ จาก $D_p$ ข้างต้น และ $\tau$ ที่โจทย์ให้มา จะได้

$$L_p = \sqrt{D_p\cdot\tau_p} = \sqrt{11.7\ cm^2\times 10^{-6}\,s} = 3.42\times10^{-3}\ cm$$

$\Delta p_E$: จากความสัมพันธ์ $\Delta p_E = p_n\left\{\exp\left(\frac{V_{EB}}{kT}\right)-1\right\}$ เราต้องหา $p_n$ และ $V_{EB}$

$p_n$ คำนวณได้จาก mass action law: $p\cdot n = n_i^2$ (สมการทั่วไป)

หรือ $p_n\cdot n_n = n_i^2$ (ใช้สัญลักษณ์ตัวห้อยชนิด $n$) ในที่นี้หมายถึงบริเวณ Base

โจทย์ให้ doping มาข้างต้นว่าเป็นชนิดใด ดังนั้นจึงทราบทันทีว่า

$$n_n = N_D = 10^{16}\ cm^{-3}$$

และเราทราบอยู่แล้วว่า สำหรับ Si ที่อุณหภูมิห้อง $n_i = 10^{10}$ cm$^{-3}$ ดังนั้น

$$p_n = n_i^2/n_n = 10^{20}/10^{16} = 10^4\ cm^{-3}$$

$V_{EB}$ โจทย์กำหนดให้มาโดยตรง คือ 0.6 V

ดังนั้น $\Delta p_E = 10^4\ cm^{-3}\left\{\exp\frac{0.6}{0.026} - 1\right\} = 1.05\times10^{14}\ cm^{-3}$

เมื่อได้ parameters ที่จำเป็น $(A, D_p, L_p, \Delta P_E)$ สามารถคำนวณหา $I_{Ep}$ และ $I_C$ ได้ดังนี้:

(1) จะได้ $I_{Ep} = 1.6\times10^{-19}\,C \cdot \frac{2\times10^{-4}\,cm^2 \cdot 11.7\,\frac{cm^2}{s} \cdot 1.05\times10^{14}\,cm^{-3}}{3.42\times10^{-3}\,cm} \operatorname{ctanh}\left(\frac{10^{-4}\,cm}{3.42\times10^{-3}\,cm}\right)$

$= 1.15\times10^{-5}\,\left\{\frac{C}{s}\right\} \cdot \operatorname{ctanh}(0.029)$

(2) และ $I_C = 1.15\times10^{-5}\,\left\{\frac{C}{s}\right\} \cdot \operatorname{csch}(0.029)$

ซึ่งเครื่องคิดเลขส่วนใหญ่จะมีแป้นกดประเภทฟังก์ชันตรีโกณมิติแบบ hyperbolic ด้วย เช่น coth และ sech นั่นเอง

$\Rightarrow$ Ampere.

หมายเหตุ (ก)

* เครื่องคิดเลขทั่วไปจะมีแต่ hyperbolic sin, cos และ tan เท่านั้น ดังนั้นให้ความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$\operatorname{ctanh}(x) = 1/\tanh(x)$ และ $\operatorname{csch}(x) = 1/\sinh(x)$

เครื่องคิดเลขทั่วไปจะมีแป้นกดสำหรับฟังก์ชันตรีโกณมิติแบบ hyperbolic ด้วยหรือไม่

$\operatorname{ctanh}\,0.029 = \frac{1}{\tanh 0.029} = 34.49$

และ $\operatorname{csch}\,0.029 = \frac{1}{\sinh 0.029} = 34.478$

หากไม่มีแป้นกดสำหรับฟังก์ชันตรีโกณมิติแบบ hyperbolic ก็สามารถใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติแบบ hyperbolic ของเครื่องคิดเลขได้ดังที่กล่าวมาข้างต้น

จะได้ $I_{Ep} = 3.9666\times10^{-4}\,A$ $(0.3966\,mA)$

และ $I_C = 3.9649\times10^{-4}\,A$ $(0.3965\,mA)$ #

หมายเหตุ (ข)

ที่เป็นเช่นนี้เพราะมีจำนวนตัวเลขนัยสำคัญ 4 ตำแหน่งนั่นเอง แต่ที่เป็นเช่นนี้เพราะความจำเป็นตามคำถามข้อ (b)

หมายเหตุ (ค)

จริงๆ ที่ต้องการคือ $I_{Ep}$ แต่ใช้ $I_E$ แทนก็ได้ เพราะ

$I_E \approx I_{Ep}$ เพราะ $\gamma \equiv \frac{I_{Ep}}{I_{Ep}+I_{En}} \approx 1$

ซึ่งเป็นจริงใน BJT ที่ถูกออกแบบมาอย่างเหมาะสม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง โครงสร้างของ

โดยส่วนใหญ่มักเป็น $p^+-n-p$ ($N_A$ ใน Emitter $= 10^{18}\,cm^{-3}$, $N_D$ ใน Base $= 10^{16}$)

↑ ↑

Doping ต่างกันเป็น 100 เท่า

$\therefore I_{Ep} \gg I_{En}$ ทำให้ประมาณ $\gamma \approx 1$ ได้อย่างสมเหตุสมผล.

---

(b) ในการหา $I_B$ จาก

— สูตร: $I_B \approx q\frac{A \cdot W_b \cdot \Delta P_E}{2\tau_p}$

— KCL: (สูตรข้อแรก) $I_E = I_B + I_C$ หรือ $I_B = I_E - I_C$.

- ใช้สูตร จะได้ $\frac{1.6\times10^{-19}\,C \cdot 2\times10^{-4}\,cm^2 \cdot 10^{-4}\,cm \cdot 1.05\times10^{14}\,cm^{-3}}{2\cdot10^{-6}\,s} = 1.7\times10^{-7}\,\frac{C}{s} = 0.17\,\mu A$

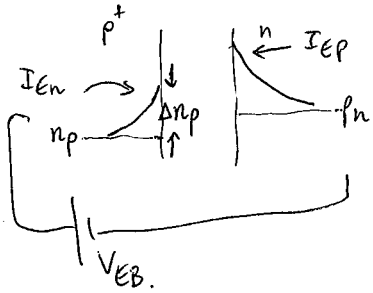
- ใช้ KCL จะได้ $I_B = 0.3966 - 0.3965\,mA = 0.0001\,mA = 0.1\,\mu A$ #

ต่างกันถึง 70% ทั้งที่ความจริงแล้วควรจะเท่ากัน ที่เป็นเช่นนี้เพราะค่าระดับ $I_{Ep}$ และ $I_C$ ที่ผมใช้นั้นยังไม่ละเอียดพอ (ทศนิยม 4 ตำแหน่ง!)

ยังไม่ละเอียดอีก!? Oh my god!

(c) หาค่า $\gamma$, $B$, $\alpha$ และ $\beta$

$\gamma$ → จาก $\gamma \equiv \dfrac{I_{Ep}}{I_{Ep}+I_{En}}$ โดย $I_{Ep} = 3.966\times10^{-4}\ A$ จากข้อ (a) ④




หาค่า $I_{En}$ ได้เช่นเดียวกับในไดโอด p-n ทั่วไป

ดังนั้น $I_{En} = qA\dfrac{D_n}{L_n}\Delta n_p = qA\dfrac{D_n}{L_n}n_p\left\{\exp\left(\dfrac{V_{EB}}{kT}\right)-1\right\}$ ③

ก่อนอื่น ต้องหาค่า parameters ทั้งหมดเช่นเดียวกับตอนคำนวณหา $I_{Ep}$ ในข้อ (a)

โดยเราต้องพบ parameters (เพิ่มเติม) ตัวใหม่ 3 ตัว คือ $D_n$, $L_n$, $n_p$

$D_n$ : ใช้ความสัมพันธ์ไอน์สไตน์เช่นเดิม $\dfrac{D_n}{\mu_n} = \dfrac{kT}{q}$ ต้องหา $\mu_n$ ที่ระดับการเจือ $N_A = 10^{18}\ cm^{-3}$

จะได้ $D_n = 250\ \dfrac{cm^2}{V.s}\cdot 0.026\ V = 6.5\ \dfrac{cm^2}{s}$

$L_n$ : จาก $L_n = \sqrt{D_n\cdot\tau_n} = \sqrt{6.5\ \dfrac{cm^2}{s}\times 0.1\times10^{-6}\ s} = 8.06\times10^{-4}\ cm.$

$n_p$ : จาก mass action law $p_p\cdot n_p = n_i^2 \rightarrow n_p = \dfrac{10^{20}}{10^{18}} = 10^2\ cm^{-3}$

แทนค่าทั้งหมดกลับเข้าไปใน ③ จะได้

$$I_{En} = 1.6\times10^{-19}\ C\cdot\frac{2\times10^{-4}\ cm^2\cdot 6.5\ \frac{cm^2}{s}\cdot 10^2\ cm^{-3}}{8.06\times10^{-4}\ cm}\left\{\exp\left(\frac{0.6}{0.026}\right)-1\right\}$$

$$= 2.72\times10^{-7}\ A$$

แทนกลับเข้าไปใน ④ จะได้

$$\gamma = \frac{3.966\times10^{-4}}{3.966\times10^{-4}+2.72\times10^{-7}} = 0.9993 \quad \#$$

(หรือ ประสิทธิภาพการฉีดอิเล็กตรอน = 99.93 %)

$B$ → จาก $I_C = B\cdot I_{Ep} \rightarrow B = 3.9649\times10^{-4}/3.966\times10^{-4} = 0.9997$ #.

(หรือ โฮลที่ถูกฉีดจาก Emitter เข้ามาใน Base จะสามารถเดินทางต่อเพื่อไปถึง Collector ได้มากถึง 99.97 %)

$\alpha$ → จาก $I_C = \alpha I_E$ และจาก $\gamma \equiv \dfrac{I_{Ep}}{I_{Ep}+I_{En}} = \dfrac{I_{Ep}}{I_E}$ หรือ $I_E = \dfrac{I_{Ep}}{\gamma}$ จะได้ $\alpha = \dfrac{I_C}{I_E} = \dfrac{I_C\cdot\gamma}{I_{Ep}}$

$\therefore\ \alpha = \dfrac{3.9649\times10^{-4}}{3.966\times10^{-4}}\cdot 0.9993 = 0.9990$ #

$\beta$ → จาก $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} = 1{,}022$ #.

เป็นค่าที่ขึ้นกับความละเอียดของ $I_C$, $I_{Ep}$ มาก หากจุดทศนิยมเปลี่ยนจาก 4 เป็น 5 หรือ 6 ตำแหน่ง ค่าของ $\beta$ จะลดลงจากนี้หรือมากกว่านี้

(d).

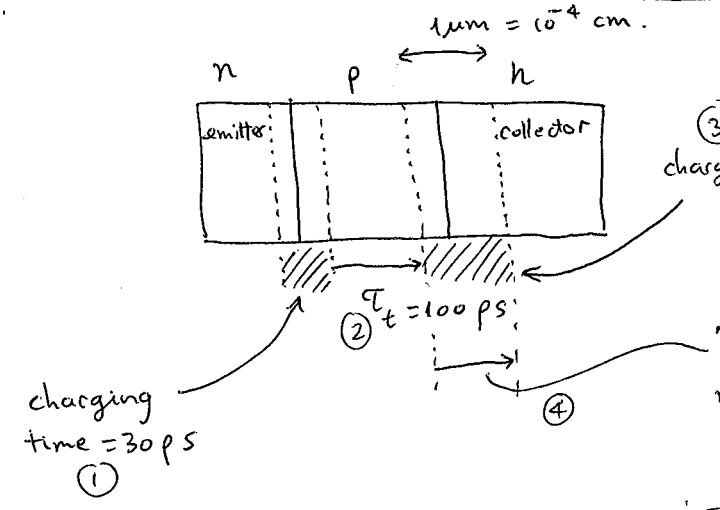
จาก $I_E = I_{ES}\left\{\exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right)-1\right\}$

$= \frac{I_{Ep}}{\gamma} = \frac{3.966\times10^{-4}}{0.9993}\ A = 3.9688\times10^{-4}\ A.$

$\therefore\ I_{ES} = \frac{3.9688\times10^{-4}}{\exp\left(\frac{0.6}{0.026}\right)}\ A = 3.77\times10^{-14}\ A.$ #

---

**7.17**




$v_{sat} = 10^7\ cm/s.$

$\therefore$ ระยะเวลาที่ใช้ $t = \frac{10^{-4}\ cm}{10^7\ cm/s} = 10\ ps.$

$\therefore$ delay time ของการเดิน electron จาก Emitter ไปยัง Collector

$$\tau_d = ① + ② + ③ + ④ = 141\ ps$$

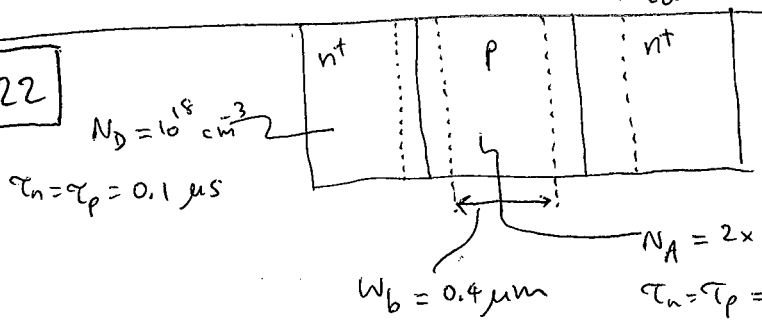
เมื่อสัญญาณ ($v_{eb}(t)$) เปลี่ยนแปลงอย่างไร BJT จะตอบสนองเร็ว จะทำให้ output เปลี่ยนไป

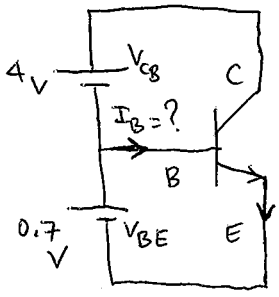
ความถี่สูงสุดที่ BJT ที่ความรถจะตอบสนองได้ดีคือถูกจำกัดไว้ที่

$$f_T = \frac{1}{2\pi\tau_d} \approx 1\ GHz.$$ #

---

**7.22**




(a) หาค่า $I_{ES}$

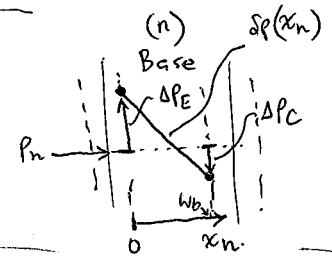
จาก $I_E = I_{ES}\left\{\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right)-1\right\}$ ——— ①

โจทย์กำหนดค่า $V_{BE}$ มาให้เพียง 0.7 V ดังนั้นจะต้องหาค่าของ $I_E$ ขึ้นมาก่อน.

อย่างไรก็ตามในข้อมูลก็ได้บอกมาว่า $\gamma = 1$ หรือ $I_E = I_{En}$ ดังนั้นจึงสามารถใช้สมการสำหรับ pnp ได้ด้วยเช่นกัน

▶ สำหรับ BJT ชนิด p-n-p ที่ $\gamma = 1$ (PNP) ← โจทย์ข้อ 7.7, 7.10, 7.11

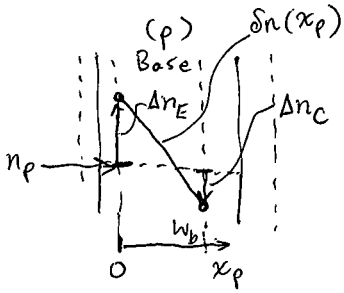
$$I_E = I_{Ep} = qA\frac{D_p}{L_p}\left(\Delta p_E \operatorname{ctnh}\frac{W_b}{L_p} - \Delta p_C \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p}\right)$$




forward active

▶ สำหรับ BJT ชนิด n-p-n ที่ $\gamma = 1$ (NPN) ← โจทย์ข้อนี้!

$$I_E = I_{En} = qA\frac{D_n}{L_n}\left(\Delta n_E \operatorname{ctnh}\frac{W_b}{L_n} - \Delta n_C \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_n}\right)$$




เมื่อ $\Delta n_E = n_p\left(\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1\right)$ และ

$\Delta n_C = n_p\left(\exp\left(\frac{qV_{BC}}{kT}\right) - 1\right)$ ← reverse bias

($q$ คือ ประจุของอิเล็กตรอน)

$V_{BC} = -V_{CB} = -4\ V \therefore \Delta n_C \approx -n_p$. ←

โจทย์กำหนดว่า BJT ชนิด $n^+$-p-$n^+$ ดังนั้นจึงทำงานในแนวทางที่เหมาะสมกับ forward active (สะเทือนได้มากเมื่อเทียบกับ $\Delta n_E$ — ดูต่อไป) *

หากพิจารณา $\Delta n_C$ สามารถละเลยได้ เมื่อเทียบกับ $I_E$ ที่ประมาณได้เป็น

$$I_E \approx qA\cdot\frac{D_n}{L_n}\cdot\Delta n_E \operatorname{ctnh}\frac{W_b}{L_n} \quad \text{——②}$$

โจทย์ยังมอบค่าของ parameters ที่จำเป็นแก่การคำนวณ $I_E$ ขึ้นมาให้แก่ $D_n$, $L_n$ และ $\Delta n_E$ ได้ตามลำดับ ดังนี้

$D_n$ : จาก Einstein relation $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$ โดยอ่านค่า $\mu_n$ จากกราฟที่ระดับ $N_A = 2\times10^{16}\ cm^{-3}$ จะได้ $\approx 1{,}000\ \frac{cm^2}{V\cdot s}$

$$\therefore D_n = 1000\ \frac{cm^2}{V\cdot s} \times 0.026\ V = 26\ cm^2/s$$

$L_n$ : จาก $L_n = \sqrt{D_n\cdot\tau_n} = \sqrt{26\ cm^2\cdot 10^{-6}\ s} = 5.1\times10^{-3}\ cm.$

$\Delta n_E$ : จาก $\Delta n_E = n_p\left\{\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1\right\}$ และจาก mass action law $p_p\cdot n_p = n_i^2$ จะได้ $n_p = \frac{10^{20}}{2\cdot10^{16}} = 5000\ cm^{-3}$ ($\because p_p = N_A = 2\times10^{16}\ cm^{-3}$)

$$\therefore \Delta n_E = (5{,}000\ cm^{-3})\exp\left(\frac{0.7}{0.026}\right) = 2.46\times10^{15}\ cm^{-3}$$

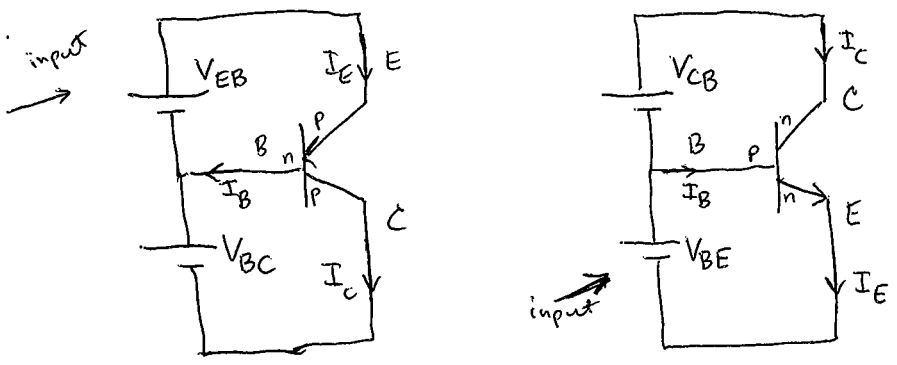
(พบว่า $\Delta n_E \gg \Delta n_C$ จึงเชื่อได้ว่า $\Delta n_C \approx -n_p = 5000\ cm^{-3}$) *

และ $D_n, L_n, \Delta n_E$ กลับเข้าไปใน ② จะได้

$$I_E \approx 1.6\times10^{-19}\ C\cdot\frac{2\times10^{-4}\ cm^2}{5.1\times10^{-3}\ cm}\cdot 26\ \frac{cm^2}{s}\cdot 2.46\times10^{15}\ cm^{-3}\cdot \operatorname{ctnh}\left(\frac{0.4\times10^{-4}\ cm}{5.1\times10^{-3}\ cm}\right) = 0.051\ A$$

และ $I_E$ กลับเข้าไปใน ① จะได้ $I_{ES} \approx 0.051\ A \Big/ \exp\left(\frac{0.7}{0.026}\right) = 1.04\times10^{-13}\ A$ #

Note:




forward active biassing of BJTs

รูปซ้าย — PNP

รูปขวา — NPN

(b). สำหรับ BJT ชนิด npn ในโหมด forward active.

$$I_B = qA \frac{D_n}{L_n} \Delta n_E \tanh \frac{W_b}{2L_n}$$

$$= 1.6\times10^{-19}\,C \cdot \frac{2\times10^{-4}\,cm^2}{5.1\times10^{-3}\,cm} \cdot \frac{26\,cm^2}{s} \cdot 2.46\times10^{15}\,cm^{-3} \tanh\left(\frac{0.4\times10^{-4}\,cm}{2\times5.1\times10^{-3}\,cm}\right)$$

$$I_B = 1.576\ \mu A \quad \#$$