

1. จงแสดงว่าฟังก์ชัน $y_1(t) = t^3 - t^2$ และ $y_2(t) = t^3 - 3t$ และ $y_3(t) = 2t$ ออิสระเชิงเส้น
2. กำหนดให้ $y_1(t) = \sin t$ และ $y_2(t) = t^2$ จงตอบคำถามต่อไปนี้
 - 2.1 จงแสดงว่า y_1, y_2 ออิสระเชิงเส้นโดยใช้นิยามของความอิสระเชิงเส้น
 - 2.2 จงแสดงว่า y_1, y_2 ออิสระเชิงเส้นโดยใช้รอนสเกียน
 - 2.3 จงให้แสดงว่า y_1, y_2 ไม่สามารถเป็นผลเฉลยของสมการในรูป $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$ (เมื่อ p, q เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องใด ๆ)
3. ให้ y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของสมการ $y'' + \frac{y'}{t} + q(t)y = 0, t > 0$ โดย q เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(0, \infty)$ กำหนดให้ $W(y_1, y_2)(6) = 7$ จงหาค่าของ $W(y_1, y_2)(7)$
4. จงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้
 - 4.1 $2y'' + y' - y = 0$
 - 4.2 $y'' + 2y' + 2y = 0$
 - 4.3 $y'' + 8y' + 16y = 0$
 - 4.4 $y'' + 2y' - 15y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$
 - 4.5 $y'' - 3y' + 2y = 0, y(1) = 0, y'(1) = 1$
 - 4.6 $4y' + 2y'' = -5y, y(0) = 0, y'(0) = 1$
 - 4.7 $y'' - 6y' + 9y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$
5. จงหาสมการเชิงอนุพันธ์สามัญอันดับสองเชิงเส้น ซึ่งเป็นสมการเอกพันธ์และมีจำนวนเชิงซ้อน $3 - 7i$ เป็นรากรากหนึ่งของสมการช่วย
6. จงแสดงว่าถ้า $y(t)$ สอดคล้องสมการ $y'' + 5y' + 6y = 0$ แล้วจะได้ว่า $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$
7. จงหาค่าคงตัว a ซึ่งทำให้ผลเฉลยเฉพาะ $y(t)$ ของปัญหาค่าเริ่มต้น $y'' + y' - 2y = 0, y(0) = a, y'(0) = 1$ มีสมบัติว่า $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$
8. จงหาจำนวนจริง λ ทั้งหมดซึ่งมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ และทำให้ปัญหา $y'' + \lambda y = 0$ ($0 < t < \pi$), $y(0) = 0, y(\pi) = 0$ มีผลเฉลยเฉพาะที่ไม่ใช่ฟังก์ชันศูนย์