สมการเชิงเส้นเอกพันธ์อันดับหนึ่ง ($\boldsymbol{n = 1}$)

พิจารณาสมการ

$$a(t)\frac{dy}{dt} + b(t)y = 0, \quad t \in I \tag{1}$$

เมื่อ a, b เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงเปิด I และ $a(t) \neq 0$ ทุก $t \in I$

เนื่องจาก $a(t) \neq 0$ ดังนั้นเมื่อหารด้วย $a(t)$ จะได้สมการในรูป

$$\frac{dy}{dt} + p(t)y = 0, \quad t \in I \tag{2}$$

เมื่อ $p(t) = b(t)/a(t)$

สมการเชิงอนุพันธ์ (1) และ (2) สมมูลกัน

ทฤษฎีบท(ผลเฉลยทั่วไป $\boldsymbol{n = 1}$)

สมการ

$$\frac{dy}{dt} + p(t)y = 0$$

มีผลเฉลยคือ

$$y(t) = Ce^{-\int p(t)dt}$$

โดย C เป็นค่าคงตัวใด ๆ

<u>บทพิสูจน์</u> จัดรูปได้

$$\frac{dy}{dt} = -p(t)y \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{y} = -p(t)dt$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int (-p(t)dt)$$

$$\ln|y| = -\int p(t)\, dt + A$$

เพราะฉะนั้น

$$|y| = e^{A}e^{-\int p(t)dt} \quad \therefore\ y = Ce^{-\int p(t)dt}$$

โดย $C = \pm e^{A}$

ตัวอย่าง สำหรับสมการ

$$ty' + 3y = 0, \quad t > 0$$

1. จงแก้ปัญหาค่าเริ่มต้น

$$\begin{cases} ty' + 3y = 0, \quad t > 0 \\ \quad y(1) = 2 \end{cases}$$

2. พิจารณาผลเฉลยเมื่อเปลี่ยนเงื่อนไขค่าเริ่มต้นเป็น

$$y(t_0) = \alpha$$

<u>วิธีทำ</u>

จากตัวอย่างได้ว่า $y(t) = C/t^3$ เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์โดยมี C เป็นค่าคงตัวใด ๆ ถ้ากำหนดเงื่อนไขค่าเริ่มต้นให้แก่ ODE จะสามารถคำนวณค่า C และได้ผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น ดังนั้นผลเฉลยในรูป

$$y(t) = \frac{C}{t^3}$$

จะเรียกว่า**ผลเฉลยทั่วไป**ของสมการเชิงอนุพันธ์

ผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น เช่น $y = 2/t^3$ ซึ่งไม่มีค่าคงตัวใด ๆ เรียกว่า**ผลเฉลยเฉพาะ**

บทนิยาม สำหรับ ODE อันดับใด ๆ ผลเฉลยของที่ไม่มีค่าคงตัวใด ๆ เรียกว่า**ผลเฉลยเฉพาะ**

ผลเฉลยที่มีค่าคงตัวใด ๆ จำนวนหนึ่งและสามารถสร้างผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้นได้ทุกอันโดยแทนค่าคงตัวเหล่านั้นด้วยจำนวนจริง เรียกว่า**ผลเฉลยทั่วไป**

ตัวอย่าง จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ

$$y' = \left(2t - \frac{1}{t}\right)y, \quad t > 0$$

<u>วิธีทำ</u>

สมการเชิงเส้นเอกพันธ์อันดับสอง ($\boldsymbol{n = 2}$)

พิจารณาสมการอันดับสอง

$$a(t)y'' + b(t)y' + c(t)y = 0, \quad t \in I \qquad (3)$$

โดย $a(t), b(t), c(t)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและ $a(t) \neq 0$ ทุก $t \in I$

เนื่องจาก $a(t) \neq 0$ หารตลอดสมการได้

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \qquad (4)$$

โดย $p(t) = b(t)/a(t)$ และ $q(t) = c(t)/a(t)$

สมการ (3) และ (4) สมมูลกัน

ปัญหาค่าเริ่มต้น (IVP)

$$\begin{cases} y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \\ \quad y(t_0) = \alpha \\ \quad y'(t_0) = \beta \end{cases} \qquad (5)$$

ทฤษฎีบท ให้ $p(t), q(t)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง I

- (**การมีผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียว**) สำหรับจำนวนจริง α, β ใด ๆ ปัญหาค่าเริ่มต้น

$$\begin{cases} y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \\ \quad y(t_0) = \alpha \\ \quad y'(t_0) = \beta \end{cases} \tag{5}$$

มีผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียว โดยผลเฉลยขึ้นกับค่าคงตัวใด ๆ สองตัว α, β

- (**สมบัติเชิงเส้น**) ถ้า $y_1(t), y_2(t)$ เป็นผลเฉลยของ

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \tag{4}$$

จะได้ว่า

$$y(t) = C_1 y_1(t) + C_2 y_2(t)$$

เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ (4) ด้วย

ตัวอย่าง จงหาผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้นต่อไปนี้

$$\text{IVP}_1 \qquad \begin{cases} y'' + e^t y' + (5t+1)y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{IVP}_2 \qquad \begin{cases} y'' + (\sin t)y' = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

<u>วิธีทำ</u>

ตัวอย่าง จงพิสูจน์ว่าไม่มีสมการเชิงเส้นเอกพันธ์อันดับสองใดเลย ที่มี t^2e^t เป็นผลเฉลย

วิธีทำ

ตัวอย่าง พิจารณาสมการ

$$y'' + 3y' + 2y = 0 \tag{1}$$

1. จงแสดงว่า $y_1 = e^{-t}$ และ $y_2 = e^{-2t}$ เป็นผลเฉลยของสมการ (1)
2. จงหาจำนวนจริง C_1, C_2 ที่ทำให้ $y = C_1y_1 + C_2y_2$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ \quad y(0) = 5 \\ \quad y'(0) = -1 \end{cases}$$

<u>วิธีทำ</u>

ผลเฉลยทั่วไปและรอนสเกียน

จากทฤษฎีบทการมีผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียวจะได้ว่าปัญหาค่าเริ่มต้น

$$\begin{cases} y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \\ \quad y(t_0) = \alpha \\ \quad y'(t_0) = \beta \end{cases} \qquad (5)$$

มีผลเฉลยขึ้นกับค่าคงตัวใด ๆ สองตัว α, β ดังนั้นกล่าวได้ว่าสมการ**อันดับสอง**

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \qquad (4)$$

มีผลเฉลยทั่วไปขึ้นกับค่าคงตัวใด ๆ **สองตัว**

จากสมบัติเชิงเส้น ถ้า y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของ (4) จะได้ว่าสูตร

$$\tilde{y} = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

เป็นผลเฉลยของ (4) ด้วย ในสูตร $\tilde{y}$ มีค่าคงตัวใด ๆ สอง

ตัวคือ C_1, C_2 ดังนั้นสูตรนี้จะเป็นผลเฉลยทั่วไปก็ต่อเมื่อหากกำหนดค่าเริ่มต้น α, β ใด ๆ ต้องหา C_1, C_2 ที่ทำให้ $\tilde{y}$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น (5) ได้

ต่อไปจะหาเงื่อนไขสำหรับ y_1, y_2 ที่ทำให้สูตร $\tilde{y}$ เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการ (4)

ทฤษฎีบท(ผลเฉลยทั่วไป $\boldsymbol{n = 2}$) กำหนดให้ y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของ ODE

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \tag{4}$$

จะได้ว่า

$$\tilde{y} = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

(C_1, C_2 เป็นค่าคงตัวใด ๆ) เป็นผลเฉลยทั่วไปของ (4) ก็ต่อเมื่อ

$$\det \begin{bmatrix} y_1(t_0) & y_2(t_0) \\ y_1'(t_0) & y_2'(t_0) \end{bmatrix} \neq 0 \quad \forall t_0 \in I$$

<u>บทพิสูจน์</u> ต้องแสดงว่าไม่ว่าจะกำหนด $t_0 \in I$ และจำนวนจริง α, β ใด ๆ จะต้องหา C_1, C_2 ที่ทำให้ $\tilde{y}$ สอดคล้องกับปัญหาค่าเริ่มต้น

$$\begin{cases} y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \\ \quad y(t_0) = \alpha \\ \quad y'(t_0) = \beta \end{cases} \tag{5}$$

จากสมบัติเชิงเส้นได้ว่า $\tilde{y}$ สอดคล้อง $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$ ดังนั้น C_1, C_2 ได้จากการแก้สมการ

$$C_1 y_1(t_0) + C_2 y_2(t_0) = \alpha$$

$$C_1 y_1'(t_0) + C_2 y_2'(t_0) = \beta$$

เขียนสมการในรูปเมตริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} y_1(t_0) & y_2(t_0) \\ y_1'(t_0) & y_2'(t_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \tag{6}$$

จากทฤษฎีบทของ Cramer ได้ว่ามี C_1, C_2 ที่สอดคล้องสมการ (6) เพียงชุดเดียวก็ต่อเมื่อ

$$\det\begin{bmatrix} y_1(t_0) & y_2(t_0) \\ y_1'(t_0) & y_2'(t_0) \end{bmatrix} \neq 0$$

สมบัตินี้ต้องเป็นจริงทุก $t_0 \in I$ ดังนั้นได้ว่า $\tilde{y}$ เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการ (4) ก็ต่อเมื่อ

$$\det\begin{bmatrix} y_1(t_0) & y_2(t_0) \\ y_1'(t_0) & y_2'(t_0) \end{bmatrix} \neq 0 \quad \forall t_0 \in I$$

หมายเหตุ Cramer's theorem กล่าวว่าสมการ

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k \\ l \end{bmatrix}$$

มีผลเฉลย (x, y)เพียงชุดเดียวก็ต่อเมื่อ

$$\det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \neq 0$$

บทนิยาม ฟังก์ชัน $W(f,g)$ ที่นิยามโดย

$$W(f,g)(t) = \det\begin{bmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{bmatrix}, \quad t \in I$$

เรียกว่า**รอนสเกียน**ของ f, g

บทนิยาม ถ้า y_1, y_2 ของสมการ

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \qquad (4)$$

ที่มีสมบัติว่า

$$\tilde{y} = C_1y_1 + C_2y_2$$

จะเรียก $\{y_1, y_2\}$ ว่า**ผลเฉลยหลักมูล**

สรุป ให้ y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของสมการ (4) จะได้ว่า

$\tilde{y} = C_1y_1 + C_2y_2$ เป็นผลเฉลยทั่วไปของ (4)

$\Leftrightarrow$ $\{y_1, y_2\}$ เป็นผลเฉลยหลักมูลของสมการ (4)

$\Leftrightarrow W(y_1, y_2)(t_0) \neq 0$ ทุก $t_0 \in I$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $I = \mathbb{R}$ จงหารอนสเกียนของฟังก์ชันสองฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้

- $\{f = t^3, g = t^4\}$
- $\{f = \sin 2t\,, g = -\cos t\}$
- $\{f = e^t, g = 1\}$

<u>วิธีทำ</u>

ตัวอย่าง พิจารณาสมการ

$$y'' + y = 0$$

- จงพิสูจน์ว่า $y_1 = \cos t\,, y_2 = \sin t$ เป็นผลเฉลยของสมการ
- จงหารอนสเกียน $W(y_1, y_2)$ พร้อมทั้งแสดงว่า

$$\tilde{y} = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการ

<u>วิธีทำ</u>

ตัวอย่าง จงพิสูจน์ว่า

$$y_1 = t^{1/2}, \quad y_2 = 1/t$$

เป็นผลเฉลยหลักมูลของสมการ

$$2t^2y'' + 3ty' - y = 0, \quad t > 0$$

<u>วิธีทำ</u>

รอนสเกียนและความอิสระเชิงเส้น

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาสมบัติความอิสระเชิงเส้นของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน และจะได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ของความอิสระเชิงเส้นกับรอนสเกียนของสองฟังก์ชัน

บทนิยาม ให้ f, g เป็นฟังก์ชันบนช่วง I

จะกล่าวว่า $\{f, g\}$ **อิสระเชิงเส้น**ก็ต่อเมื่อมีค่าคงตัว C_1, C_2 ที่สอดคล้องสมการ

$$C_1 f(t) + C_2 g(t) = 0 \quad \forall\, t \in I$$

เพียงชุดเดียวคือ $C_1 = C_2 = 0$

ถ้ามี C_1, C_2 ที่ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกันและทำให้

$$C_1 f(t) + C_2 g(t) = 0 \quad \forall\, t \in I$$

จะกล่าวว่า $\{f, g\}$ **ไม่อิสระเชิงเส้น**

ตัวอย่าง จงแสดงว่าฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ไม่อิสระเชิงเส้น

- $\{0, f\}$
- $\{3, -7\}$
- $\{f, 5f\}$

โดย $f(t)$ เป็นฟังก์ชันใด ๆ

<u>วิธีทำ</u>

ตัวอย่าง จงแสดงว่า $\{\sin t, \cos t\}$ $(t \in \mathbb{R})$ อิสระเชิงเส้น

วิธีทำ **วิธี** 1 แก้สมการโดยการแทนค่า

$$C_1 \sin t + C_2 \cos t = 0 \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$$

แทนค่า $t = 0$ จะได้

$$C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

แทนค่า $t = \pi/2$ จะได้

$$C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0$$

ดังนั้น $C_1 = C_2 = 0$ นั่นคือ $\{\sin t, \cos t\}$ อิสระเชิงเส้น

วิธี 2 แก้สมการโดยการหาอนุพันธ์

$$C_1 \sin t + C_2 \cos t = 0 \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$$

หาอนุพันธ์ได้ว่า

$$C_1 \cos t - C_2 \sin t = 0 \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$$

เขียนได้ในรูปสมการเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \sin t & \cos t \\ \cos t & -\sin t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากดีเทอร์มิแนนต์

$$\det\begin{bmatrix}\sin t & \cos t\\ \cos t & -\sin t\end{bmatrix} = -\sin^2 t - \cos^2 t \neq 0$$

ดังนั้น

$$C_1 = C_2 = 0$$

เพราะฉะนั้น $\{\sin t, \cos t\}$ อิสระเชิงเส้น

ข้อสังเกต ค่าดีเทอร์มิแนนต์

$$\det\begin{bmatrix}\sin t & \cos t\\ \cos t & -\sin t\end{bmatrix} = W(\sin t, \cos t)$$

ซึ่งคือรอนสเกียนของสองฟังก์ชัน

บทตั้ง($\boldsymbol{W(t_0) \neq 0 \Rightarrow}$ อิสระเชิงเส้น) กำหนดให้ f, g เป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์บนช่วง I

ถ้ารอนสเกียน

$$W(f,g)(t_0) \neq 0 \quad \exists\, t_0 \in I$$

จะได้ว่า $\{f, g\}$ อิสระเชิงเส้น

<u>บทพิสูจน์</u> แก้สมการ

$$C_1 f(t) + C_2 g(t) = 0$$

หาอนุพันธ์ได้

$$C_1 f'(t) + C_2 g'(t) = 0$$

เขียนในรูปเมตริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

โดยสมมติฐานจะมี k ซึ่ง $\det \begin{bmatrix} f(k) & g(k) \\ f'(k) & g'(k) \end{bmatrix} \neq 0$

แทน $t = k$ ในสมการเมตริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} f(k) & g(k) \\ f'(k) & g'(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

เนื่องจาก $\det \begin{bmatrix} f(k) & g(k) \\ f'(k) & g'(k) \end{bmatrix} \neq 0$ โดยทฤษฎีบทของ Cramer ได้ $C_1 = C_2 = 0$

เพราะฉะนั้น $\{f, g\}$ อิสระเชิงเส้น

ตัวอย่าง จงพิสูจน์ว่าถ้า y_1, y_2 เป็นผลเฉลยหลักมูลของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

จะได้ว่า $\{y_1, y_2\}$ อิสระเชิงเส้น

<u>วิธีทำ</u>

ทฤษฎีบท(Abel) ให้ y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของสมการ

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \tag{4}$$

จะได้ว่ามีค่าคงตัว A ที่ทำให้

$$W(y_1, y_2)(t) = Ae^{-\int p(t)dt} \tag{6}$$

นั่นคือในกรณีที่สองฟังก์ชัน y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ รอนสเกียน $W(y_1, y_2)$ เป็นไปได้แบบใดแบบหนึ่งในสองแบบต่อไปนี้

- เป็น**ฟังก์ชันศูนย์** หรือ
- **มีค่าไม่เท่ากับศูนย์**ทุก $t \in I$

สมบัตินี้ไม่จริงถ้าเป็นสองฟังก์ชันใด ๆ ที่ไม่ได้มาจากผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ เช่น $\{1, t^2\}$ มีรอนสเกียน

$$W(1, t^2) = 2t$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อ $t = 0$ และไม่เท่ากับศูนย์ที่อื่น

<u>บทพิสูจน์</u> จากนิยามของรอนสเกียน

$$W = \det\begin{bmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{bmatrix} = y_1 y_2' - y_2 y_1'$$

หาอนุพันธ์เทียบ t ได้

$$W' = y_1 y_2'' - y_2 y_1''$$

จาก y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของสมการ (1) ได้ว่า

$$y_1'' = -p(t)y_1' - q(t)y_1$$

$$y_2'' = -p(t)y_2' - q(t)y_2$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} W' &= [-p(t)y_2' - q(t)y_2]y_1 \\ &\qquad\qquad -[-p(t)y_1' - q(t)y_1]y_2 \\ &= -p(t)[y_1 y_2' - y_2 y_1'] = -p(t)W \end{aligned}$$

นั่นคือ W สอดคล้องสมการเชิงเส้นอันดับหนึ่ง

$$W' + p(t)W = 0$$

$$\therefore \quad W(t) = Ae^{-\int p(t)dt}$$

ตามต้องการ

ตัวอย่าง ให้ $\{y_1, y_2\}$ เป็นผลเฉลยหลักมูลของสมการ

$$ty'' + 2y' + te^t y = 0$$

และกำหนดให้ $W(y_1, y_2)(1) = 2$

จงหาค่า $W(y_1, y_2)(5)$

<u>วิธีทำ</u>

ตัวอย่าง ให้ y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของสมการ

$$(\cos t)y'' + (\sin t)y' - ty = 0$$

โดย $W(y_1, y_2)(0) = 1$ จงหา $W(y_1, y_2)$

<u>วิธีทำ</u>

ตัวอย่าง จงใช้ผลของทฤษฎีบทของ Abel พิสูจน์ว่าไม่มีฟังก์ชันต่อเนื่อง $p(t), q(t)$ ที่ $y_1 = e^t, y_2 = \sin t$ เป็นผลเฉลยของสมการ

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

<u>วิธีทำ</u>

ทฤษฎีบท ให้ y_1, y_2 เป็นผลเฉลยของสมการ

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0, \quad t \in I \tag{4}$$

จะได้ว่า

- $\{y_1, y_2\}$ อิสระเชิงเส้น

  $\Leftrightarrow W(y_1, y_2)(t_0) \neq 0$ ทุก $t_0 \in I$

  $\Leftrightarrow \{y_1, y_2\}$ เป็นผลเฉลยหลักมูลของ (4)

- $\{y_1, y_2\}$ ไม่อิสระเชิงเส้น

  $\Leftrightarrow W(y_1, y_2)(t_0) = 0$ ทุก $t_0 \in I$

  $\Leftrightarrow \{y_1, y_2\}$ ไม่เป็นผลเฉลยหลักมูลของ (4)

ตัวอย่าง พิจารณาสมการอันดับสอง

$$2y'' + y' - y = 0$$

- จงตรวจสอบว่า $y_1 = e^{-t}$ และ $y_2 = e^{t/2}$ เป็นผลเฉลยของสมการ
- จงแสดงว่า y_1, y_2 อิสระเชิงเส้นโดยการตรวจสอบรอนสเกียน

ตัวอย่าง ให้

$$f(t) = \begin{cases} -t^3 & t < 0 \\ t^3 & t \geq 0 \end{cases}, \quad g(t) = t^3$$

บน $I = \mathbb{R}$ จงแสดงว่าทั้งสองฟังก์ชันอิสระเชิงเส้นแต่

$$W(f,g)(t) = 0 \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$$

<u>วิธีทำ</u>