คณิตศาสตร์ 1 เดือนมีนาคม 2548

ตอนที่ 1 ข้อ 1 – 10 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ข้อ 1 – 5 ข้อละ 2 คะแนน
ข้อ 6 – 10 ข้อละ 3 คะแนน

1. ผลบวกของคำตอบของสมการ $12^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

2. พจน์ที่เป็นค่าคงตัวที่เกิดจากการกระจาย $(\tan x - 2\cot x)^8$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

3. ในคณะกรรมการนักเรียนจำนวน 10 คน จะมีวิธีเลือกประธาน รองประธาน และเลขานุการ ได้กี่วิธี ถ้ากรรมการคนหนึ่งไม่สมัครที่จะเป็นประธาน

4. นายแดงนำเงินไปฝากธนาคารออมสิน โดยฝากเดือนแรก 100 บาท เดือนต่อไปฝากเพิ่มขึ้นเดือนละ 5 บาท ทุกเดือน เมื่อครบ 2 ปี นายแดงนำเงินไปฝากทั้งหมดเท่าใด

5. กำหนดให้ $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ เป็นเวกเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการ $\bar{u} + 5\bar{v} - 2\bar{w} = \bar{0}$ โดยที่ $\bar{u} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$ และ $\bar{u}$ ตั้งฉากกับ $\bar{v}$

ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง $\bar{u}$ และ $\bar{w}$ แล้ว ค่าของ $|\bar{w}|\cos\theta$ เท่ากับเท่าใด

6. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1,\ x_2\ \ldots,\ x_{13}$ โดยที่

$$x_n = |5 - n| \quad \text{เมื่อ } n = 1,\ 2,\ \ldots,\ 13$$

จำนวนจริง a ที่ทำให้ $\sum_{n=1}^{13} |x_n - a|$ มีค่าน้อยที่สุด เท่ากับเท่าใด

7. กำหนดให้เส้นตรง $x = y$ ตัดวงรี $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ ที่จุด A และ B
ถ้า F_1 และ F_2 เป็นจุดโฟกัสของวงรีนี้ แล้ว $AF_1 + AF_2 + BF_1 + BF_2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

8. กำหนดให้พาราโบลารูปหนึ่งมีสมการเป็น $y^2 - 4y - 16x - 12 = 0$
ถ้า ℓ เป็นเส้นตรงที่ผ่านโฟกัสของพาราโบลารูปนี้ และตั้งฉากกับเส้นตรง $3x - 2y + 5 = 0$ แล้ว ระยะตัดแกน Y ของเส้นตรง ℓ มีค่าเท่ากับเท่าใด

9. ถ้า $z_1 = 4(\cos 145^\circ + i\sin 145^\circ)$ และ $z_2 = \sqrt{3}(\cos 115^\circ + i\sin 115^\circ)$ แล้ว ค่าของ $|z_1 - z_2|^2$ เท่ากับเท่าใด

10. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งมีสมบัติดังนี้

$100 \le n \le 1000$

45 และ 75 หาร n ลงตัว

7 หาร n เหลือเศษ 3

แล้ว n มีค่าเท่ากับเท่าใด

ตอนที่ 2 **ข้อ 1 – 25 เป็นข้อสอบแบบปรนัย ข้อละ 3 คะแนน**

1. สำหรับเซต A และ B ใดๆ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. ถ้า $A \cap B = \varnothing$ แล้ว $A \subset B'$ และ $B \subset A'$

ข. $A - (A \cap B) = A - B$

ค. $(A \cup B) - A = B$

ง. ถ้า $(A \cap B) = A$ แล้ว $A \subset B$

2. ข้อใดต่อไปนี้ ผิด

ก. เส้นตรง $y = 3x + 2$ ขนานกับเส้นตรง $3x - y - 4 = 0$

ข. เส้นตรง $y + 5x + 8 = 0$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $5y = x + 3$

ค. ระยะห่างระหว่างจุด $(0, 0)$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$ เท่ากับ 2

ง. ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $x - 2y + 5 = 0$ กับเส้นตรง $x - 2y - 5 = 0$ เท่ากับ 2

3. เซตในข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตคำตอบของสมการ $9x^3 + 12x^2 + x - 2 = 0$

ก. $\{-2, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}\}$ ข. $\{-1, -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\}$

ค. $\{-1, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$ ง. $\{-1, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$

4. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่ง $\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = g(x)$ แล้ว $g(x) = f'(x)$

(2) ถ้า f เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f(x) > 0$ สำหรับทุกๆ จำนวนจริง x และ $f'(a) \neq 0$ แล้ว ความชันของเส้นสัมผัสกราฟของฟังก์ชัน $y = \frac{1}{f(x)}$ ที่จุด a คือ $\frac{1}{f'(a)}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก และ (2) ถูก ข. (1) ถูก และ (2) ผิด

ค. (1) ผิด และ (2) ถูก ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

5. ค่าของ $\int_{-2}^{2} \sqrt{4 - x^2}\, dx$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

ก. (3.1, 3.2)
ข. (3.2, 3.3)
ค. (6.1, 6.2)
ง. (6.2, 6.3)

6. ให้ p, q, r, s เป็นประพจน์

ถ้า $((p \rightarrow \sim q) \vee r) \wedge (q \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง และ $(p \wedge s) \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ก. $p \rightarrow q$
ข. $q \rightarrow r$
ค. $r \rightarrow s$
ง. $s \rightarrow p$

7. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้าเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตของจำนวนเต็ม แล้ว ข้อความ $\exists m \exists n[5m + 7n = 1]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

(2) นิเสธของข้อความ $\forall x \exists y[(x^2 - 2x \geq y - 2) \wedge (y \geq \sin x)]$ คือ $\exists x \forall y[(x^2 - 2x < y - 2) \vee (y < \sin x)]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก และ (2) ถูก
ข. (1) ถูก และ (2) ผิด
ค. (1) ผิด และ (2) ถูก
ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

8. ถ้า $\frac{\sin^2 3A}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 3A}{\cos^2 A} = 2$ แล้ว $\cos 2A$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{4}$
ข. $\frac{1}{2}$
ค. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
ง. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

9. ถ้า $\tan(\arccos x) = -\sqrt{3}$ แล้ว ค่าของ $x \cdot \sin(2\arccos x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

10. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) เซตคำตอบของ $x^4 - 2x^3 + x^2 + 4x - 6 = 0$ คือ $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\,i, \sqrt{2} + i\}$

(2) $\left|\left(\frac{1 + \sqrt{3}\,i}{2}\right)^6 + \left(\frac{1 - \sqrt{3}\,i}{2}\right)^6\right| \leq 2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก และ (2) ถูก ข. (1) ถูก และ (2) ผิด

ค. (1) ผิด และ (2) ถูก ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

11. ให้ S เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\log(\log x) + \log(9 - \log x^2) \geq 1$

ถ้า a และ b เป็นสมาชิกของ S ที่มีค่ามากที่สุด และค่าน้อยที่สุด ตามลำดับ

แล้ว ab มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $10^{\frac{7}{2}}$ ข. $10^{\frac{9}{2}}$

ค. $10^{\frac{11}{2}}$ ง. $10^{\frac{13}{2}}$

12. กำหนดให้ $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

ถ้า A เป็นเมทริกซ์ มิติ 3×3 ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$2AB = \mathrm{I} \text{ และ } AX = C$$

แล้ว ค่าของ $x + y + z$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 20 ข. 24

ค. 26 ง. 30

13. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & 12 & -9 \\ 7 & -10 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ และ B, C, D เป็นเมทริกซ์มิติ 3×3 ซึ่ง $A \sim B \sim C \sim D$

โดยที่ B ได้จาก A โดยการดำเนินการ $R_1 - \frac{4}{3}R_2$

C ได้จาก B โดยการดำเนินการ $5R_1$

D ได้จาก C โดยการดำเนินการ R_{23}

แล้ว $\det D$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $-3{,}750$ ข. -150

ค. 150 ง. $3{,}750$

14. ถ้า a_n เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $1, 2, 2, 3, 3, 3, \ldots, \underbrace{n, n, n, \ldots, n}_{\text{มี } n \text{ พจน์}}$

แล้ว $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{n}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0 ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{3}$ ง. $\frac{2}{3}$

15. กำหนดให้ $f(x) = \det \begin{bmatrix} \frac{1}{1-x} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ เมื่อ $x \neq 1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. f เป็นฟังก์ชัน $1-1$ และ $f^{-1}(x) = \det \begin{bmatrix} \frac{1}{1-x} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ เมื่อ $x \neq 0$, $x \neq 1$

ข. f เป็นฟังก์ชัน $1-1$ และ $f^{-1}(x) = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{1+x} & 1 \end{bmatrix}$ เมื่อ $x \neq -1$

ค. f ไม่เป็นฟังก์ชัน $1-1$ เนื่องจากมีค่า x ที่ทำให้ $\det \begin{bmatrix} \frac{1}{1-x} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$

ง. f ไม่เป็นฟังก์ชัน $1-1$ และ $(f \circ f)(x) = \det \begin{bmatrix} \frac{1}{1-x} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2$ เมื่อ $x \neq 1$

16. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 1 & ; \ x \leq 0 \\ 0 & ; \ x > 0 \end{cases}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $\lim\limits_{x \to 0^-} (f \ o \ f)(x) = 0$

(2) $\lim\limits_{x \to 0^+} (f \ o \ f)(x) = 1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก และ (2) ถูก

ข. (1) ถูก และ (2) ผิด

ค. (1) ผิด และ (2) ถูก

ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

17. ถ้าความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด (x, y) ใดๆ เป็น $2x - 4$ และ f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับ 10 หน่วย แล้ว พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ $y = f(x)$ กับแกน X จาก $x = 0$ ถึง $x = 3$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 33

ข. 36

ค. 39

ง. 42

18. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

โดยที่ $f(1) = 2$ หรือ $f(2) = m$ เมื่อ m เป็นจำนวนคี่

แล้ว จำนวนของฟังก์ชัน f ที่มีสมบัติดังกล่าวเท่ากับข้อใด

ก. 75

ข. 150

ค. 425

ง. 500

19. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีดำ 4 ลูก และสีแดง 6 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้มา 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีละอย่างน้อยหนึ่งลูก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0.78

ข. 0.80

ค. 0.82

ง. 0.84

20. ในการสุ่มหยิบเลข 3 หลัก ที่มากกว่า หรือเท่ากับ 100 มาหนึ่งจำนวน ความน่าจะเป็นที่เลขจำนวนนั้นมีเลข 8 อย่างน้อย 1 หลัก และไม่มีเลข 9 ในหลักใดๆ จะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{8}$ ข. $\frac{1}{9}$

ค. $\frac{2}{8}$ ง. $\frac{2}{9}$

21. กำหนดสมการจุดประสงค์ $z = ax + by$ โดยที่ $a > 0, b > 0$

และมีอสมการข้อจำกัดคือ $x - 2y \leq 0$

$x + y \geq 3$

$2x + y \geq 4$

$x \geq 0 \qquad y \geq 0$

เมื่อ $z = 0$ จะได้เส้นตรง $ax + by = 0$ มีความชันเท่ากับ $-\frac{3}{2}$

ถ้า z มีค่าน้อยที่สุดที่จุด (x_0, y_0) แล้ว ค่าของ $x_0 - y_0$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -4 ข. -1

ค. 1 ง. 3

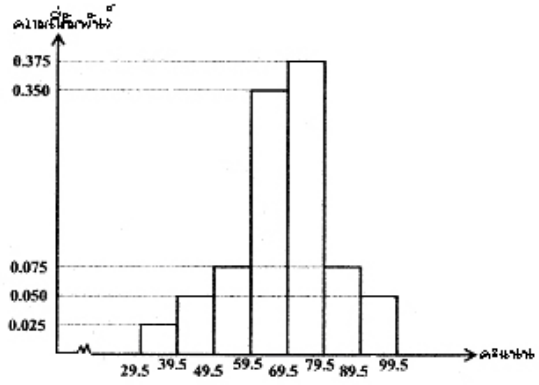
22. กำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $z = 0$ ถึง $z = 1$ เท่ากับ 0.3413

ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ซึ่งมีจำนวน 20,000 คน มีการแจกแจงปกติแล้ว จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนซึ่งต่างจากคะแนนเฉลี่ยมากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 3,413 ข. 6,348

ค. 6,826 ง. 13,652

23. กำหนดฮิสโทแกรมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 80 คน ดังนี้



ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. นักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่าง 50 - 79 มีจำนวนมากกว่านักเรียนที่สอบได้คะแนน 90 คะแนนขึ้นไป เท่ากับ 50 คน

ข. นักเรียนที่สอบได้คะแนน 90 คะแนนขึ้นไป มีร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด

ค. ควอไทล์ที่หนึ่งของคะแนนสอบ มีค่าอยู่ระหว่าง 60 - 69 คะแนน

ง. ควอไทล์ที่สามของคะแนนสอบ มีค่าอยู่ระหว่าง 80 - 89 คะแนน

24. กำหนดให้วงกลม $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ ตัดแกน Y ที่จุด 2 จุด แต่ไม่ตัดแกน X ข้อความในข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $a^2 > c$ และ $b^2 > c$

ข. $a^2 > c$ และ $b^2 < c$

ค. $a^2 < c$ และ $b^2 > c$

ง. $a^2 < c$ และ $b^2 < c$

25. ถ้า S เป็นเซตของจำนวนเต็ม m ที่มีสมบัติดังนี้ $50 \leq m \leq 100$ และ 7 หาร m^3 เหลือเศษ 6 แล้ว จำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 7

ข. 14

ค. 18

ง. 21

วันสงกรานต์ ร.ศ. สองสองสาม