



คณิตศาสตร์ 1 เดือนมีนาคม 2547

ตอนที่ 1 ข้อ 1-8 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ข้อละ 2 คะแนน

1. กำหนดให้ $f(x) = 10^x$
และ $g(x) = \sqrt{100 - 3x^2}$

จำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุด ที่เป็นสมาชิกของ $R_{g \circ f}$ มีค่าเท่าใด

2. กำหนดให้ P คือพาราโบลา $x^2 + 8y + 2x + a = 0$; $a < 0$ และมีเส้นตรง $y = 4$ เป็นเส้นไดเรกทริกซ์
ถ้า P ตัดแกน X ทางลบที่จุด A แล้ว เส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุดยอดของ P มีความชันเท่ากับเท่าใด

3. ค่า $\sin(2\arctan \frac{1}{2}) + \cot^2(\arcsin \frac{1}{3})$ เท่ากับเท่าใด

4. ให้ A, B เป็นเมตริกซ์มิติ 3×3

ถ้า $AB = 3I$ โดยที่ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ และ $\text{adj } B = \frac{1}{3}A$

แล้ว $\det(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

5. ผลบวกของคำตอบของสมการ

$$\log_2(4^{x-1} + 2^{x-1} + 6) = 2 + \log_2(2^{x-1} + 1)$$

มีค่าเท่าใด





6. กำหนดให้ $f(x) = 3x + 1$ และ $(f \circ g)'(x) = 3x^2 + 1$

ถ้า $g(0) = 1$ แล้ว $\int_0^1 g(x) dx$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

7. กำหนดให้เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ตั้งฉากกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -8 \\ a \end{bmatrix}$ และ $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = b \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} -8 \\ a \end{bmatrix}$

ถ้า θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix}$ และ $\begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix}$ แล้ว $\cos^2 \theta$ เท่ากับเท่าใด

8. ถ้านำปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งหนึ่งขายได้รายปีตั้งแต่ปี พ.ศ. 2537 ถึงปี พ.ศ. 2546 (y) (หน่วยเป็น กิโลกรัม) มาสร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับช่วงเวลา (x) โดยกำหนดให้ปี พ.ศ. 2541 และ 2542 มีค่า $x = -1$ และ 1 ตามลำดับ แล้ว ได้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งนี้ขายได้โดยประมาณ คือ $y = 192 + cx$

ถ้าทำนายโดยใช้ความสัมพันธ์นี้ ปรากฏว่า ปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งนี้ขายได้ในปี พ.ศ. 2547 โดยประมาณ เท่ากับ 316.3 กิโลกรัมแล้ว ในปี พ.ศ. 2548 จะทำนายว่า ปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งนี้ขายได้โดยประมาณเท่ากับเท่าใด





ตอนที่ 2 ข้อ 1-28 เป็นข้อสอบแบบปรนัย ข้อละ 3 คะแนน

1. กำหนดให้ ประพจน์ $(\sim p \leftrightarrow \sim r) \vee (p \leftrightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
ประพจน์ใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ก. $\sim p \rightarrow (q \vee r)$

ข. $\sim p \rightarrow (q \wedge r)$

ค. $p \vee q \vee \sim r$

ง. $p \wedge q \wedge \sim r$

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ประพจน์ $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$ เป็นสัจนิรันดร์

(2) มีจำนวนจริง a อยู่ในช่วง $(0, \frac{1}{4})$ ทำให้ประโยค $\exists x[x^2 + x + a = 0]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

เมื่อเอกภพสัมพัทธ์คือ $U = (-\frac{1}{2}, 0)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก และ (2) ถูก

ข. (1) ถูก และ (2) ผิด

ค. (1) ผิด และ (2) ถูก

ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

3. กำหนดเซต X ใดๆ ให้ $n(X)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต X

กำหนดให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ที่มีสมาชิก 240 ตัว และ A, B, C เป็นเซตที่มีสมบัติ ดังนี้

$$n(A) = 5x, \quad n(B) = 5x, \quad n(C) = 4x$$

$$n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = y$$

$$n(A \cap B \cap C) = x, \quad n[(A \cup B \cup C)'] = 60$$

ถ้า $y - x = 20$ แล้ว x เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

ก. $18 \leq x < 21$

ข. $21 \leq x < 24$

ค. $24 \leq x < 27$

ง. $27 \leq x < 30$





8. กำหนดให้ $f(x) = ax^2 + b$ และ $g(x-1) = 6x + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว

ถ้า $f(x) = g(x)$ เมื่อ $x = 1, 2$ และ $(f + g)(1) = 8$

แล้ว $(f \circ g^{-1})(16)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{31}{9}$

ข. $\frac{61}{9}$

ค. 10

ง. 20

9. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมี $\hat{ACB} = 60^\circ$ ลากเส้นตรงจากจุด A ไปพบด้าน BC ที่จุด D โดยทำให้ $\hat{BAD} = 30^\circ$

ถ้าระยะ BD ยาว 3 หน่วย และระยะ AD ยาว 2 หน่วยแล้ว ระยะ CD ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

ข. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

ค. $\frac{7\sqrt{6}}{9}$

ง. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$

10. ให้ A เป็นจุดในควอดรันต์ที่หนึ่ง และเป็นจุดศูนย์กลางวงกลม C ซึ่งมีรัศมี 3 หน่วย

ถ้า C ผ่านจุดโฟกัสทั้งสองของไฮเพอร์โบลา $2y^2 - 12y - 3x^2 + 6x + 9 = 0$

แล้ว ระยะทางจากจุดกำเนิดไปยังจุด A มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\sqrt{15}$

ข. $\sqrt{18}$

ค. $\sqrt{20}$

ง. $\sqrt{24}$

11. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a & a-2 & -1 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & -1 & a \end{bmatrix}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง

ถ้า $M_{11}(A) = 5$ และ $M_{33}(A) = 0$ แล้ว พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $\det A = 11$

(2) $C_{13}(A) = -1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก และ (2) ถูก

ข. (1) ถูก และ (2) ผิด

ค. (1) ผิด และ (2) ถูก

ง. (1) ผิด และ (2) ผิด





12. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$4 \cdot 2^{\log x^2} - 9 \cdot 2^{(\log \frac{x}{10} + 1)} + 2 \leq 0$$

ถ้า a และ b เป็นสมาชิกของ S ที่มีค่ามากที่สุด และค่าน้อยสุดตามลำดับ

แล้ว $\frac{a}{b}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------|---------|
| ก. 20 | ข. 100 |
| ค. 200 | ง. 1000 |

13. กำหนดให้สมการจุดประสงค์ คือ $P = a^2x + ay$ โดยที่ a เป็นจำนวนจริงบวก

และอสมการข้อจำกัดคือ $2x + y \leq 8$

$$x + y \geq 6$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

ถ้าค่ามากที่สุดของ P เท่ากับ 70 แล้ว a เป็นจริงตามข้อใด

- | | |
|--------------------|-------------------|
| ก. $1 \leq a < 4$ | ข. $4 \leq a < 7$ |
| ค. $7 \leq a < 10$ | ง. $a \geq 10$ |

14. กำหนดให้ z_1, z_2, z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งสอดคล้อง $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = 1$

และ $z_1 + z_2 + z_3 = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $(1 - z_1)(1 - z_2) = (1 - \frac{1}{z_1})(1 - \frac{1}{z_2})$

(2) ถ้า $z_1 \neq 1$ และ $z_2 \neq 1$ แล้ว $|z_3 + i| |z_3 - i| = 4$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- | | |
|------------------------|------------------------|
| ก. (1) ถูก และ (2) ถูก | ข. (1) ถูก และ (2) ผิด |
| ค. (1) ผิด และ (2) ถูก | ง. (1) ผิด และ (2) ผิด |





19. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$

และ $g(x) = \frac{1}{x-1}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $f \circ g$ ต่อเนื่องที่ $x=0$

(2) $f'(-\frac{1}{2}) = g'(\frac{1}{2})$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก และ (2) ถูก

ข. (1) ถูก และ (2) ผิด

ค. (1) ผิด และ (2) ถูก

ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

20. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งหาอนุพันธ์ได้ที่ทุกจุด และ $h(x) = x^3 + 1$
ถ้า a เป็นจำนวนจริง ซึ่ง

$$(h \circ f)(a) = 9, \quad (h \circ f)'(a) = 0, \quad (h \circ f)''(a) = -1$$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่จุด a และมีค่าเท่ากับ 1

ข. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่จุด a และมีค่าเท่ากับ 2

ค. f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่จุด a และมีค่าเท่ากับ 1

ง. f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่จุด a และมีค่าเท่ากับ 2

21. กำหนด พจน์ที่ n ของลำดับสองลำดับ ดังนี้

$$a_n = \frac{n(1+2+3+\dots+n)}{3(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2)}$$

$$b_n = \frac{\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$

ข. $1 + \sqrt{3}$

ค. $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

ง. $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$





22. ในการเลือกประธาน รองประธาน และเหรัญญิก จากนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 4 คน ซึ่งมี นายกำธรรวมอยู่ด้วย ความน่าจะเป็นที่การเลือกครั้งนี้ นายกำธรได้เป็นประธาน และมีนักเรียนหญิงได้รับเลือกอย่างน้อย หนึ่งคน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{13}{180}$

ข. $\frac{13}{360}$

ค. $\frac{2}{45}$

ง. $\frac{4}{45}$

23. วิธีในการเขียนจำนวนคู่ที่มีสามหลักจากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยที่หลักร้อย และหลักหน่วยเป็นตัวเลข ที่แตกต่างกัน และมีค่าไม่น้อยกว่า 200 มีจำนวนวิธีเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 72

ข. 71

ค. 60

ง. 59

24. จัดคน 8 คน ซึ่งมีสมศักดิ์ สมชาย และสมหญิงรวมอยู่ด้วย เข้านั่งรอบโต๊ะกลมซึ่งมี 8 ที่นั่ง ความน่าจะเป็นที่สมชายได้นั่งติดกับสมหญิง และสมศักดิ์ไม่นั่งติดกับสมชาย เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{7}$

ข. $\frac{5}{21}$

ค. $\frac{11}{42}$

ง. $\frac{5}{42}$

25. ถ้า x_1, x_2, \dots, x_{25} เป็นข้อมูลที่เรียงจากค่าน้อยไปมาก และเป็นลำดับเลขคณิต และควอไทล์ที่หนึ่งของ ข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 31 แล้ว ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 6.24

ข. 10.28

ค. 12.48

ง. 24.96





ค. อายุของนักเรียนห้องหนึ่ง มีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนเท่ากับ 4 และมีนักเรียนจำนวน 50.4% ที่มีอายุไม่เกิน 14 ปี เมื่อพิจารณาอายุของนักเรียนห้องนี้ในอีก 2 ปีข้างหน้า และให้ a แทนตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ของนักเรียนที่อายุ 16 ปี ให้ b แทนจำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่อายุ (หน่วยเป็นปี) อยู่ในช่วง $[14, 16]$ ปี แล้ว a และ b มีค่าเท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติดังนี้

z	0.01	0.99	1.01	2.65
A	0.004	0.3389	0.3438	0.496

ก. $a = 50.4$, $b = 33.78$ %

ข. $a = 50.4$, $b = 34.29$ %

ค. $a = 99.6$, $b = 33.78$ %

ง. $a = 99.6$, $b = 34.29$ %

วันเถลิงศก ร.ศ. ๒๒๒

