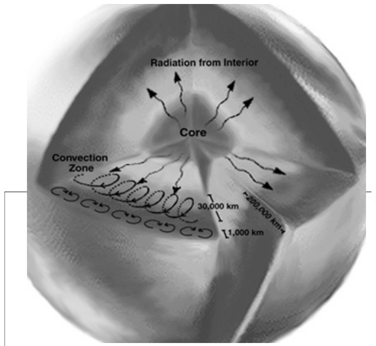
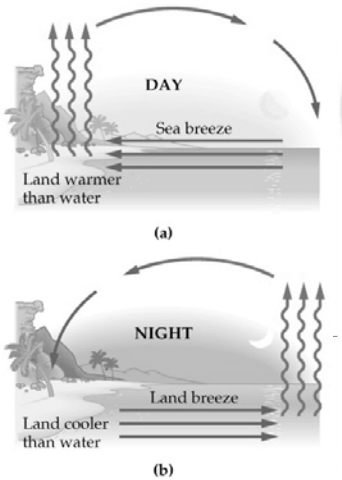
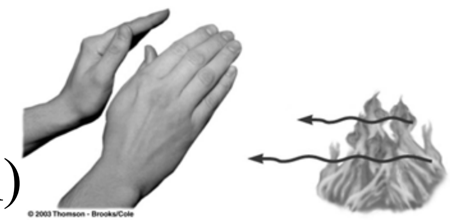
การนำความร้อน (Heat Conduction)





การพาความร้อน (Heat Convection)

การแผ่รังสีความร้อน (Thermal Radiation)

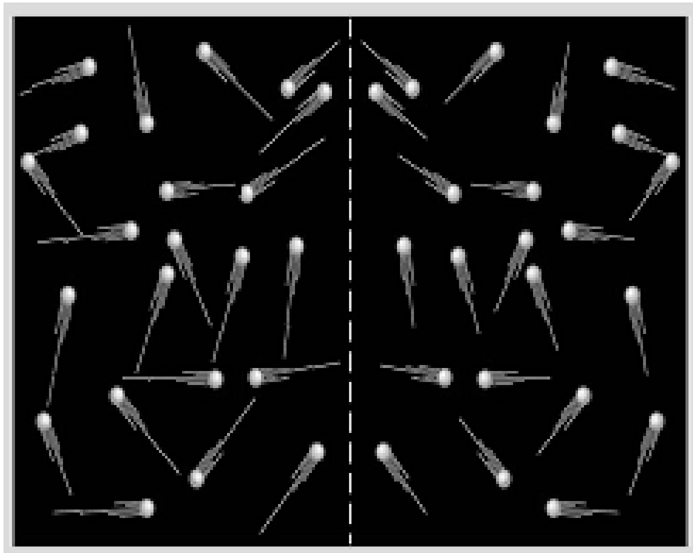


การถ่ายเทความร้อนโดยไม่มีการถ่ายเทมวล

จากการทดลองพบว่า

- การนำความร้อนจะเกิดขึ้นเมื่ออุณหภูมิไม่สม่ำเสมอ
- การนำความร้อนจะมีทิศทางออกจากบริเวณที่มอุณหภูมิสูง ไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำ

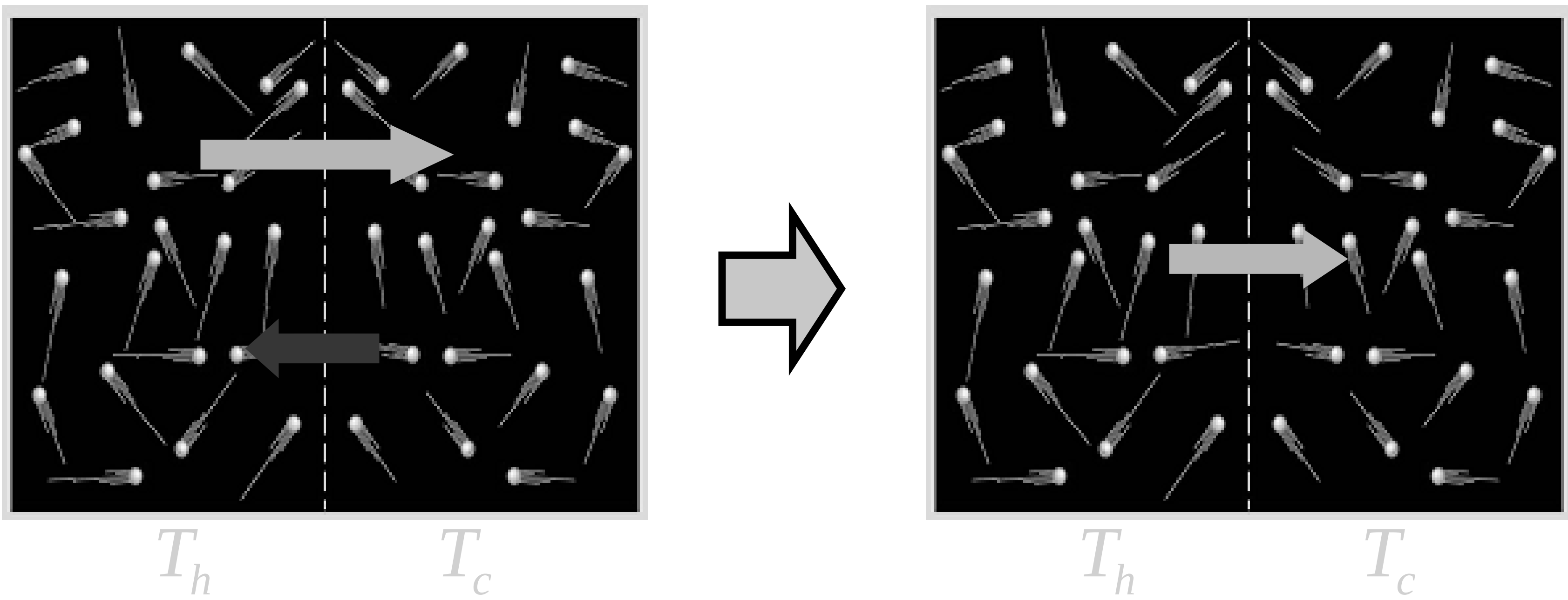
พิจารณาก๊าซอุดมคติ ซึ่งถูกกั้นด้วยผนังดังรูป มีอุณหภูมิต่างกัน แต่ความดันและความเข้มข้นเท่ากันทั้งสองด้าน



จะเห็นได้ว่าทางด้านที่มีอุณหภูมิสูงจะมีอัตราเร็วเฉลี่ยสูงกว่า ดังนั้นอัตราการชนกันมากกว่าด้านที่มีอุณหภูมิต่ำ

แต่เนื่องจากทั้งสองด้านมีความเข้มข้นเท่ากัน ดังนั้นเมื่อยกผนังกั้นออกจึงไม่มีการฟุ้งของอนุภาคสุทธิ นั่นคือจำนวนอนุภาคเคลื่อนที่เข้าเท่ากับออก

แต่พลังงานของอนุภาคทั้ง 2 ข้างไม่เท่ากัน จึงเกิดเป็นผลลัพธ์ของกระแสการถ่ายเทของความร้อนจากทางด้านที่มีอุณหภูมิสูงไปยังด้านที่มีอุณหภูมิต่ำ



จากการทดลองพบว่า

$$\boxed{J_E = -K\frac{\partial T}{\partial x}}$$

กฎของฟูเรียร์

(***Fourier's law***)

โดย $\boldsymbol{J_E}$: ความหนาแน่นกระแสพลังงาน (Energy current density)
ปริมาณพลังงานสุทธิซึ่งเคลื่อนที่ผ่านพื้นที่ 1 หน่วย ซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการนำความร้อน ใน 1 หน่วยเวลา ($J.m^{-2}s^{-1}$)

$\boldsymbol{T}$: อุณหภูมิ (^oC)

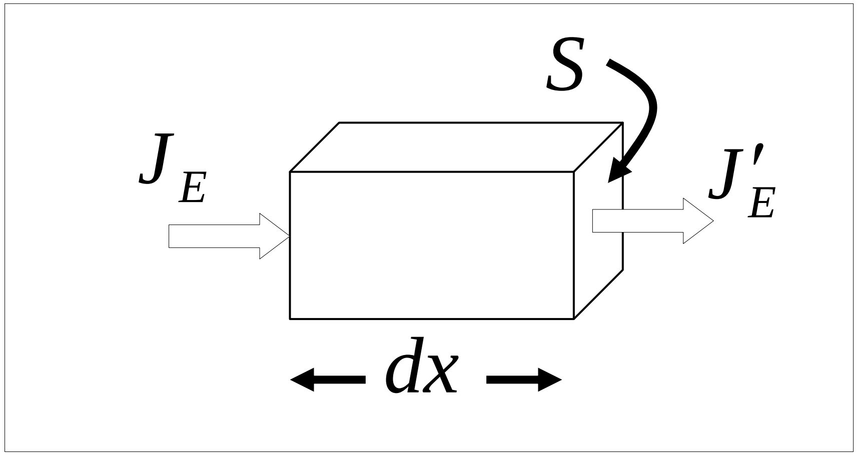
$\boldsymbol{K}$: สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity) ($J.m^{-1}s^{-1}C^{-1}$)

$\frac{\partial T}{\partial x}$: เกรเดียนท์ของอุณหภูมิในแนวแกน x

พิจารณามวลเล็ก ๆ $m = \rho S dx$ ดังรูป

ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่

$$dJ_E = J'_E - J_E$$



การเพิ่มขึ้นของ
พลังงานในมวล ***m***

$$mC(dT)_{x=\text{const}} = -(dJ_E)_{t=\text{const}}\, S\,dt$$

$$\rho\, CSdx\left(\frac{dT}{dt}\right)_{x=\text{const}} = -\left(\frac{dJ_E}{dx}\right)_{t=\text{const}} Sdx$$

จะได้

$$\boxed{\rho C\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial J_E}{\partial x}}$$

จากกฎของฟิกส์ จะได้ว่า

ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$$

สมการการนำความร้อน

(_Equation of thermal conduction_)

โดย ρ : ความหนาแน่นของสาร ($kg.m^{-3}$)

C : ความร้อนจำเพาะของสาร ($J.kg^{-1}\ K^{-1}$)

แม้เราจะพิสูจน์สมการนี้จากก๊าซอุดมคติ แต่สมการนี้สามารถขยายไปใช้กับของเหลวและโลหะได้ด้วย เนื่องจากของเหลวก็มีลักษณะการเคลื่อนที่ที่ปั่นป่วนเช่นเดียวกับก๊าซ และโลหะก็มีอิเล็กตรอนซึ่งเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระเช่นเดียวกับก๊าซเป็นตัวนำความร้อน

การนำความร้อนในสถานะคงตัว (Stationary heat conduction)

การนำความร้อนในกรณีที่อุณหภูมิที่ตำแหน่งต่าง ๆ มีค่าคงที่ตลอดเวลา

นั่นคือ $$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = 0}$$ ***พื้นที่หน้าตัดใด ๆ***

จะได้ว่า $\dfrac{\partial J_E}{\partial x} = 0$ และ $\dfrac{\partial T}{\partial x} = \text{constant}$

นั่นคือ J_E มีค่าเท่ากันทุกตำแหน่ง
หรืออัตราการส่งผ่านพลังงานเข้า
เท่ากับอัตราการส่งผ่านพลังงานออก

ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่

นั่นคือ $$\boxed{T = -\frac{J_E}{K}x + T_0}$$

โดย T_0 คืออุณหภูมิเมื่อ $x = 0$

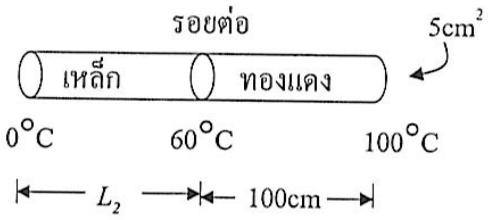
ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่

ตัวอย่าง

ท่อนโลหะพื้นที่หน้าตัด 5 cm^2 มีฉนวนหุ้ม ปลายด้านหนึ่งเป็นทองแดงยาว 100 cm จุ่มอยู่ในน้ำ 100°C อีกปลายทำด้วยเหล็กยาว L_2 จุ่มในน้ำแข็ง 0 $^\circ$C ที่สถานะคงตัวพบว่าอุณหภูมิที่รอยต่อโลหะเป็น 60 $^\circ$C สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของทองแดง และเหล็กเป็น 0.92 และ 0.12 cal / s/cm/$^\circ$C ตามลำดับ

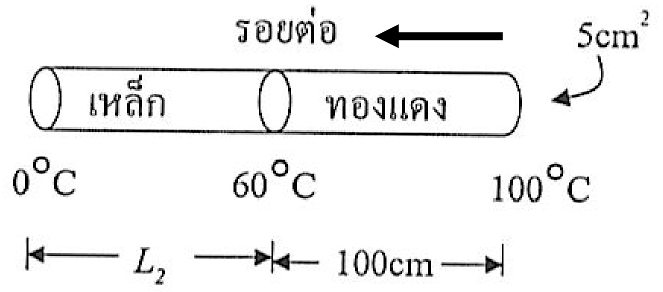
1. จงคำนวณหาความยาวของเหล็ก (L_2)

เนื่องจากอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่าง ๆ มีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปกับเวลา ⇨ การนำความร้อนในสถานะคงตัวและพื้นที่หน้าตัดคงที่



$$T = -\frac{J_E}{K}x + T_0$$

และ J_E เท่ากันตลอดทั้งเส้น



ที่รอยต่อ **สำหรับทองแดง**

$$60 = -\frac{J_E^{copper}}{0.92}(100) + 100$$

จะได้ $$J_E^{copper} = 0.368 \ \text{cal.cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

สำหรับเหล็ก

$$0 = -\frac{J_E^{iron}}{0.12}L_2 + 60$$

$$0 = -\frac{0.368}{0.12}L_2 + 60$$

จะได้ $$L_2 = 19.57 \ \text{cm}$$

☺

2. ปริมาณความร้อนที่ไหลผ่านไปยังน้ำแข็งใน 1 วินาที

$$= \quad J_E \cdot S \cdot \Delta t$$

$$= \quad (0.368)(5)(1)$$

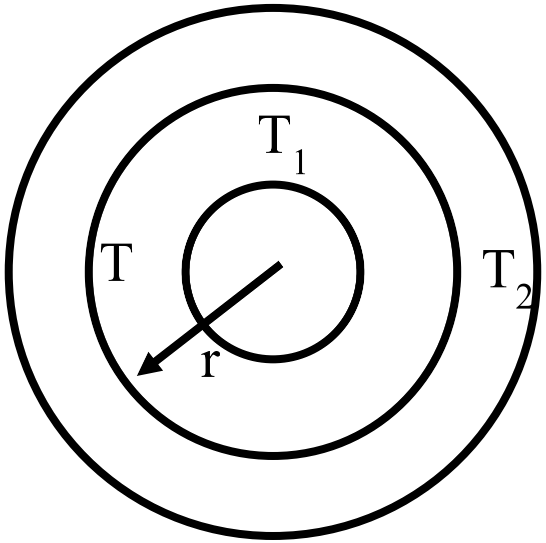
$$= \quad 1.84 \quad \text{cal}$$

ตัวอย่าง

โลหะทรงกลมกลวงรัศมีภายใน R_1 อุณหภูมิ T_1 และรัศมีภายนอก R_2 อุณหภูมิ T_2

จงหาอุณหภูมิบนผิวเสมือนซึ่งมีรัศมี r โดยที่ $R_1 < r < R_2$

เนื่องจากอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่าง ๆ มีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปกับเวลา $\Rightarrow$ การนำความร้อนในสถานะคงตัว



เนื่องจาก<u>พื้นที่</u>ส่งผ่านความร้อน<u>ไม่คงที่</u> J_E จะไม่คงที่ แต่อัตราการส่งผ่านความร้อน ($J_E \cdot S$) จะคงที่

จากกฎของฟูเรียร์ พิจารณาในแนวรัศมี $J_E = -K\dfrac{\partial T}{\partial r}$

จะได้ $\boxed{J_E S = -K\dfrac{\partial T}{\partial r}\left(4\pi r^2\right) = \text{const}}$

$$dT = -\left(\frac{\text{const}}{4\pi K}\right)\frac{dr}{r^2}$$

$$\int_{T_1}^{T} dT = -\left(\frac{\text{const}}{4\pi K}\right)\int_{R_1}^{r}\frac{dr}{r^2}$$

ดังนั้น $\boxed{T = \left(\frac{\text{const}}{4\pi K}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_1}\right)+T_1}$

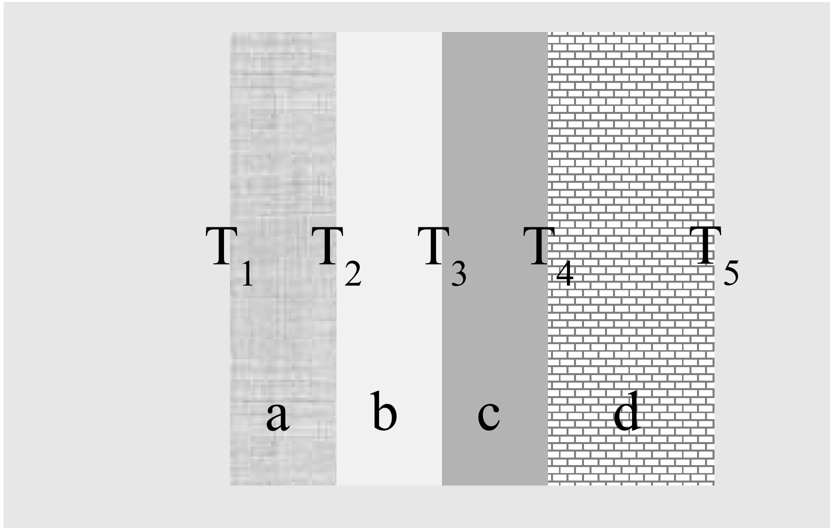
เมื่อ $r = R_2$ จะได้ $T = T_2$

นั่นคือ $$\text{const} = 4\pi K\left(T_2 - T_1\right)\left(\frac{R_1R_2}{R_1 - R_2}\right)$$

จะได้ $$T = \left(T_2 - T_1\right)\left(\frac{R_2}{r}\right)\left(\frac{r - R_1}{R_2 - R_1}\right) + T_1$$ ☺

ตัวอย่าง ผนังบ้านหลังหนึ่งประกอบด้วยชั้นต่าง ๆ ดังรูป เมื่อทำการวัดอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่าง ๆ พบว่า $T_1 = 25^oC$, $T_2 = 20^oC$ และ $T_5 = -10^oC$ คงที่ไม่เปลี่ยนไปกับเวลา โดย $L_d = 2L_a$ และ $K_d = 5K_a$

จงหาอุณหภูมิ T_4



อุณหภูมิไม่ขึ้นกับเวลา

⇩

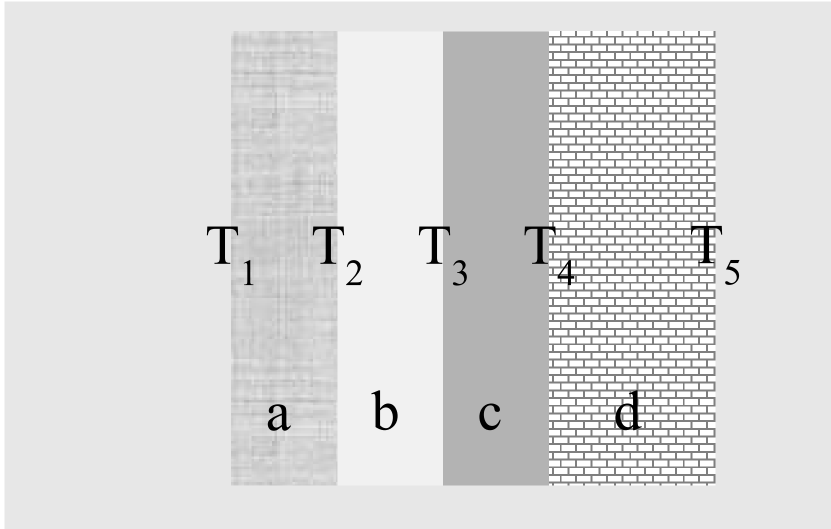
การนำความร้อนในสถานะคงตัว
และพื้นที่หน้าตัดคงที่

$$T = -\frac{J_E}{K}x + T_0$$

และ J_E เท่ากันตลอดทุกผนัง

จะได้ว่า $$T_2 = -\frac{J_E}{K_a} L_a + T_1$$

และ $$T_5 = -\frac{J_E}{K_d} L_d + T_4$$



นั่นคือ

$$T_4 = \frac{K_a L_d}{K_d L_a}\left(T_1 - T_2\right) + T_5$$

แทนค่าต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้

จะได้ $$T_4 = \frac{K_a\left(2L_a\right)}{\left(5K_a\right)L_a}\left(25^{\circ}\mathrm{C} - 20^{\circ}\mathrm{C}\right) + \left(-10^{\circ}\mathrm{C}\right)$$

$$= -8^{\circ}\mathrm{C}$$

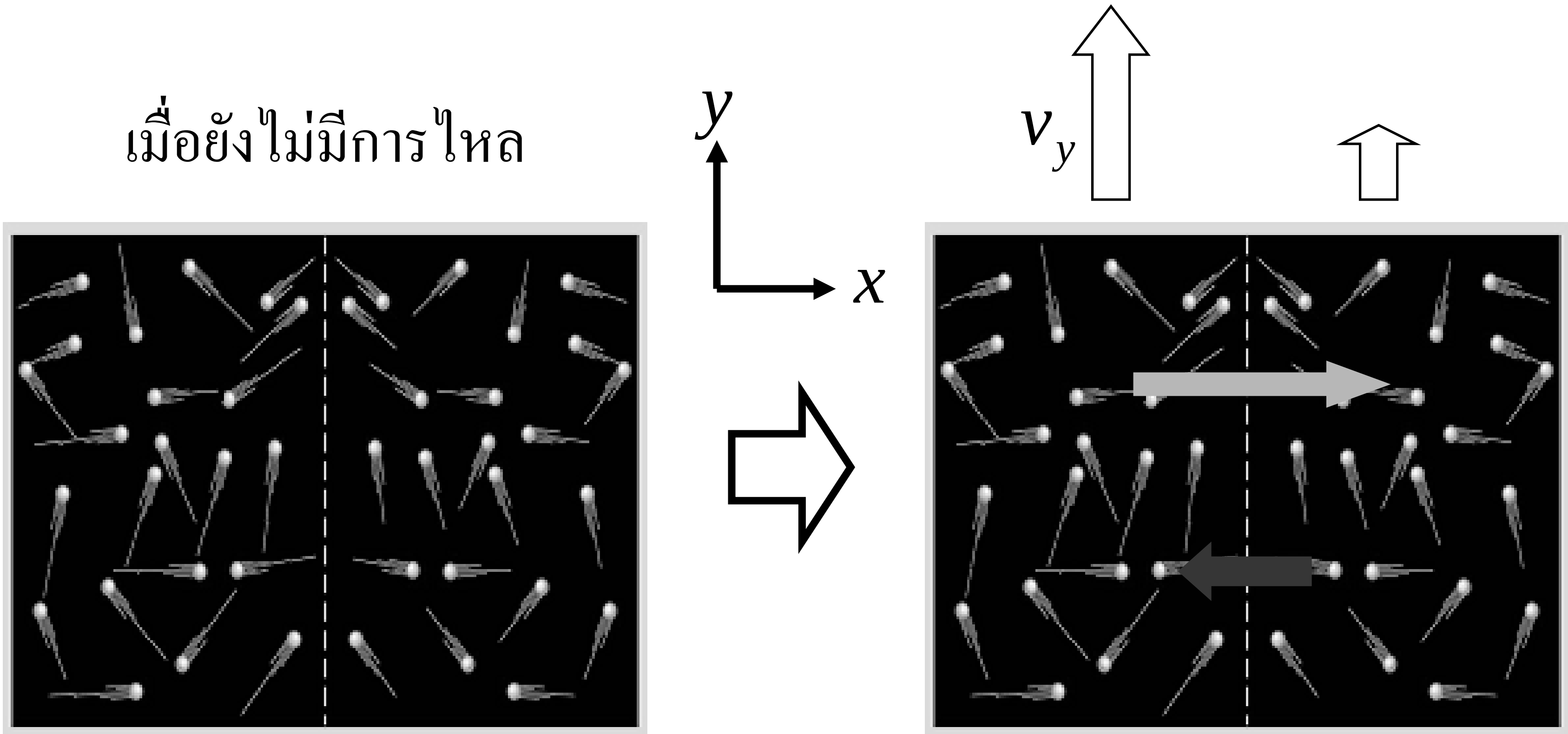
☺

ความหนืดเป็นสมบัติเฉพาะของของไหล (ก๊าซ และของเหลว) เนื่องจากมีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคไม่มากอย่างเช่นของแข็ง ทำให้อนุภาคสามารถเคลื่อนที่ไปมาได้อย่างค่อนข้างอิสระ

เมื่อส่วนใดส่วนหนึ่งของของไหลถูกทำให้เคลื่อนที่ อนุภาคส่วนที่เคลื่อนที่และส่วนอื่น ๆ ก็ยังคงมีการเคลื่อนที่แลกเปลี่ยนไปมาได้ ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมในทั้งสองส่วน

ซึ่งการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมนี้ก็คือ แรงต้านการเคลื่อนที่ของของไหล ซึ่งเรียกว่า แรงหนืด (viscous force) นั่นเอง

เมื่อยังไม่มีการไหล



พิจารณาของไหลซึ่งมีความหนาแน่นสม่ำเสมอ ขณะยังไม่มีการไหลก็จะไม่มีการส่งผ่านโมเมนตัม แต่เมื่อส่วนทางด้านซ้ายมีถูกทำให้เคลื่อนที่ จะทำให้มีโมเมนตัมส่งออกไปเนื่องจากอนุภาคมีอัตราเร็ว ทำให้ทางด้านขาวมีโมเมนตัมด้วย นั่นคือทางด้านขาวจะมีการไหลด้วย

จากการทดลองพบว่า

$$\boxed{J_p = -\eta \frac{\partial v_y}{\partial x}}$$

กฎของการไหลที่มีความหนืด

(***Law of viscous flow***)

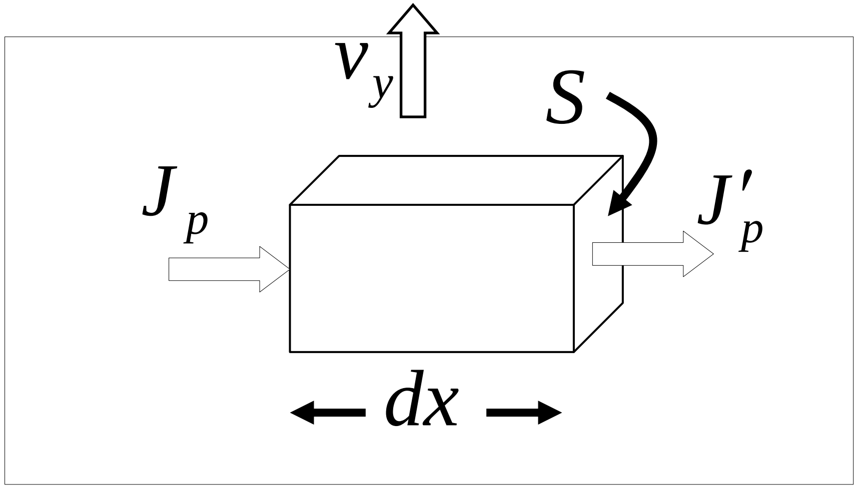
โดย $\boldsymbol{J_p}$: ความหนาแน่นกระแสโมเมนตัม (Momentum current density)
ปริมาณโมเมนตัมในทิศทางการไหลสุทธิซึ่งเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับการไหลผ่านพื้นที่ 1 หน่วย ซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการถ่ายเทโมเมนตัม ใน 1 หน่วยเวลา ($kg.m^{-1}s^{-2}$)
ซึ่งก็คือความเค้นเฉือน (shear stress) ในผิวของของไหลนั่นเอง

η : สัมประสิทธิ์ความหนืด (viscosity) ($N.s.m^{-2}$)

$\frac{\partial v_y}{\partial x}$: เกรเดียนท์ในแนวแกน x ของความเร็วของการไหล

พิจารณาปริมาตรเล็ก ๆ $dV = Sdx$ ดังรูป **ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่**

$$dJ_p = J'_p - J_p$$



การเพิ่มขึ้นของโมเมนตัม

ในปริมาตร dV

$$Nm\left(dv_y\right)_{x=\text{const}} = -\left(dJ_p\right)_{t=\text{const}} Sdt$$

$$Nm\left(\frac{dv_y}{dt}\right)_{x=\text{const}} = -\left(\frac{dJ_p}{dx}\right)_{t=\text{const}} Sdx$$

จะได้

$$\boxed{\rho\frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{\partial J_p}{\partial x}}$$

แต่ถ้ามีแรงภายนอกมากระทำกับของไหลในทิศเดียวกับการไหล
ทำให้เกิดความเค้นเฉือน τ ในผิวของของไหล

จะได้ว่า

$$\boxed{\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\tau - J_p\right)}$$

จากกฎการไหลที่มีความหนืด

จะได้ว่า

$$\boxed{\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial x}}$$

สมการการเคลื่อนที่ของของไหลที่มีความหนืด

(*Equation of motion of viscous flow*)

ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่

การไหลในสถานะคงตัว (Stationary flow)

การไหลที่ความเร็วของการไหลที่ตำแหน่งต่าง ๆ มีค่าคงที่ตลอดเวลา

นั่นคือ $$\boxed{\frac{\partial v_y}{\partial t} = 0}$$

พื้นที่หน้าตัดใด ๆ

จะได้ว่า $\dfrac{\partial J_p}{\partial x} = 0$ และ $\dfrac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = -\dfrac{1}{\eta}\dfrac{\partial \tau}{\partial x}$

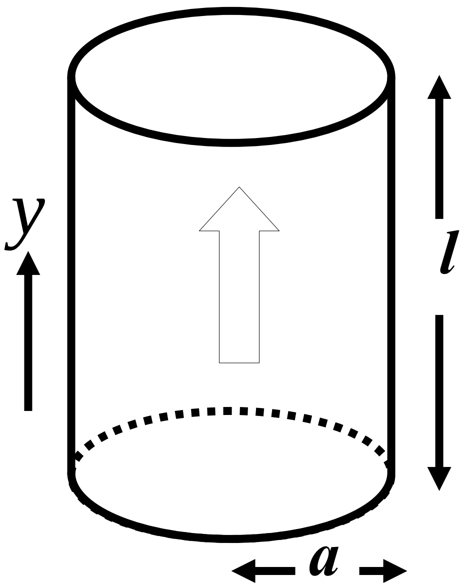
นั่นคือ J_p มีค่าเท่ากันทุกตำแหน่ง
หรือการถ่ายเทโมเมนตัมระหว่าง
ชั้นของของไหลมีค่าเท่ากันทั้งหมด

ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่

ในกรณีพื้นที่หน้าตัดคงที่

ตัวอย่าง	จงหาอัตราการไหลในสถานะคงตัวของของเหลวผ่านท่อทรงกระบอกรัศมี a ยาว l ความดันที่ปลายท่อทั้งสองต่างกัน p และของเหลวมีความหนืด η ความหนาแน่น ρ

พื้นที่หน้าตัดในการฟุ้งของโมเมนตัมไม่คงที่



การไหลในสถานะคงตัว $\dfrac{\partial v_y}{\partial t} = 0$

นั่นคือ ความเร็วในการไหลที่ตำแหน่งต่าง ๆ คงที่

จากกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน แสดงว่าแรงลัพธ์ที่กระทำกับชั้นต่าง ๆ ของของเหลวมีค่าเท่ากับศูนย์

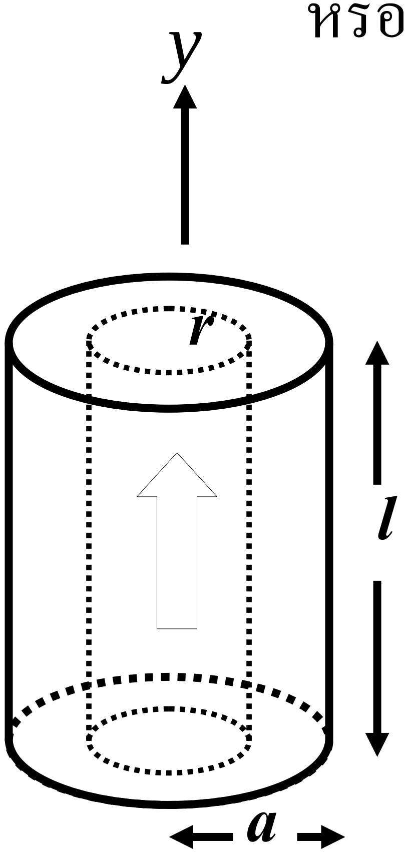
นั่นคือ แรงหนืด = แรงภายนอก

หรือ *ความเค้นเฉือนจากแรงหนืด* = *ความเค้นเฉือนจากแรงภายนอก*

สำหรับการไหลในสถานะคงตัวทุกรูปแบบ

ความเค้นเฉือนจากแรงหนืด	=	*ความเค้นเฉือนจากแรงภายนอก*

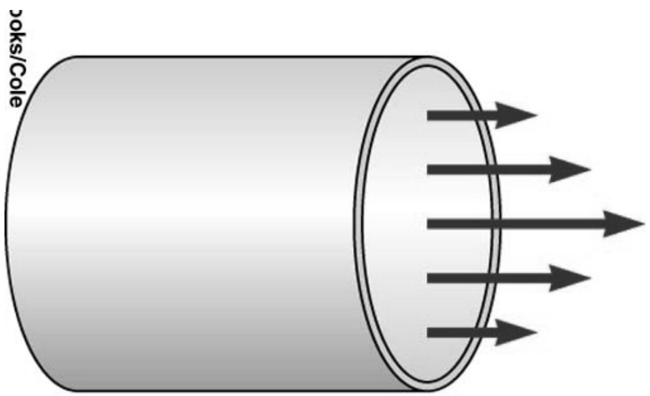
หรือ $\boxed{J_p = \tau}$ หรือ $\boxed{-\eta\dfrac{\partial v_y}{\partial x} = \tau}$



พิจารณาชั้นของไหลทรงกระบอกหนา ***dr*** รัศมี ***r*** ยาว ***l*** ดังรูป

จะได้ $$\tau = \frac{p(\pi r^2)}{2\pi r l} = \frac{pr}{2l}$$

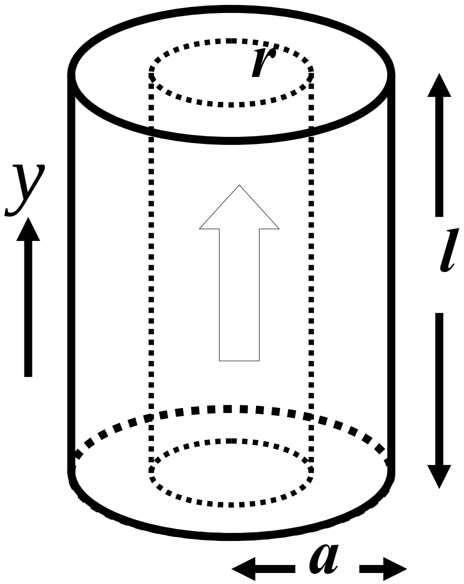
และ $$dv_y = -\frac{p}{2\eta l} r dr$$



$$dv_y = -\frac{p}{2\eta l} r\,dr$$

$$\int_0^{v_y} dv_y = -\frac{p}{2\eta l}\int_a^r r\,dr$$

$$v_y = \frac{p}{4\eta l}\left(a^2 - r^2\right)$$



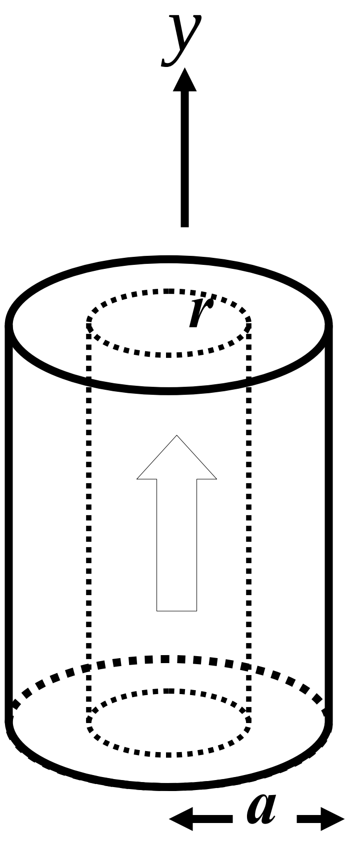
อัตราการไหล (***dQ***) เนื่องจากทรงกระบอกหนา ***dr***

$$dQ = \rho \cdot v_y dS$$

$$= \rho \cdot \left(\frac{p}{4\eta l}\right)\left(a^2 - r^2\right)\left(2\pi r\,dr\right)$$

$$dQ = \rho \cdot \left(\frac{p}{4\eta l} \right) \left(a^2 - r^2 \right) \left(2\pi r dr \right)$$

อัตราการไหล ***Q***



$$Q = \rho \cdot \left(\frac{2\pi p}{4\eta l} \right) \int_0^a \left(a^2 - r^2 \right) \left(r dr \right)$$

$$\boxed{Q = \frac{\rho \pi p a^4}{8\eta l}} \quad \left(\mathrm{kg.s^{-1}} \right)$$

กฎของปัวเซย์ (Poiselle's law)