อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ (1-1)

ชื่อ ______________________________________ รหัสนิสิต ___________

จงแสดงสูตรของ ผลบวกของจำนวนบวกคี่ตัว n เทอมแรก?

ข้อความการแสดงการพิสูจน์ด้วยอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์:

การพิสูจน์ข้อความที่เกี่ยวกับจำนวนนับ

$\mathrm{P}(n)$: ข้อความที่เกี่ยวกับ n

ประกอบด้วยสองขั้น

1. ขั้นพื้นฐาน: แสดงว่า $\mathrm{P}(1)$ เป็นจริง
2. ขั้นอุปนัย: จากสมมติฐานว่า $\mathrm{P}(k)$ เป็นจริง แล้วแสดงได้ว่า $\mathrm{P}(k+1)$ เป็นจริงสำหรับทุกจำนวนเต็มบวก k

สรุปได้ว่า $\mathrm{P}(n)$ เป็นจริงสำหรับทุกจำนวนนับ n

1. จงแสดงว่า ผลบวกจำนวนคี่ n เทอมแรกมีค่าเท่ากับ n^2

2. ใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแสดงว่า $n < 2^n$ สำหรับทุกจำนวนนับ n

3. จงแสดงว่า $n^3 - n$ หารด้วย 3 ลงตัว

อุปนัยแบบเข้ม:

สังเกตได้ว่าในขั้นอุปนัย สมมติฐานอาจไม่จำเป็นต้องสมมติว่า $\mathrm{P(k)}$ เป็นจริงเท่านั้น แต่เราสามารถใช้สมมติฐานว่า $\mathrm{P}(1), \ldots, \mathrm{P}(k)$ เป็นจริง

1. ขั้นพื้นฐาน: แสดง $\mathrm{P}(1)$ จริง
2. ขั้นอุปนัย: สมมติฐานว่า $\mathrm{P}(1), \ldots, \mathrm{P}(k)$ เป็นจริง แล้วแสดงได้ว่า $\mathrm{P}(k+1)$ เป็นจริงสำหรับทุกจำนวนเต็มบวก k

สรุปได้ว่า $\mathrm{P}(n)$ เป็นจริงสำหรับทุกจำนวนนับ

4. ใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์พิสูจน์ว่า $n > 1$ สามารถเขียนแทนด้วยผลคูณของจำนวนเฉพาะ

5. แสดงว่า $$\sum_{i=1}^{n} i\,(i+1)(i+2) = \frac{n\,(n+1)(n+2)(n+3)}{3}.$$

ลำดับ (1-2)

ชื่อ ______________________ รหัสนิสิต __________

นิยาม:ลำดับของจำนวนจริงคือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนนับที่มีค่าเป็นจำนวนจริง

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots$$

เมื่อ a_1 เป็นพจน์แรก a_2 เป็นพจน์ที่สอง a_3 เป็นพจน์ที่สาม a_4 เป็นพจน์ที่สี่ และ a_n เป็นพจน์ที่ n^{th}

1. แสดง 6 พจน์แรกของลำดับ $\left\{\dfrac{n}{n+1}\right\}$

ลำดับที่นิยามแบบเวียนเกิด:

ลำดับอาจมีนิยามแบบเวียนเกิด กล่าวคือ พจน์ปัจจุบันอาจเขียนในรูปฟังก์ชันของพจน์ก่อนหน้า ตัวอย่างเช่น ลำดับฟีบอนนาชี $\{f_n\}$ นิยามแบบเวียนเกิดโดย

$$f_1=1, f_2=1, f_n=f_{n-1}+f_{n-2}, \text{ สำหรับ } n>2$$

2. แสดง 4 พจน์แรกของลำดับฟีบอนนาชี

ลิมิตของลำดับ:

นิยาม: กำหนดลำดับ $\{a_n\}$ มีลิมิตเป็น L, เขียนแทนด้วย $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$ หมายถึง a_n สามารถทำให้มีค่าใกล้ L เท่าที่ต้องการเมื่อ n มีค่ามากพอ

$$\forall \varepsilon>0 \, \exists N \, \forall n>N, |a_n-L|<\varepsilon$$

กล่าวว่าลำดับลู่เข้า มิฉะนั้น เราเรียกว่า ลำดับลู่ออก

ทฤษฎีบท: กำหนดฟังก์ชันค่าจริง f ของจำนวนจริง, ถ้า $f(n) = a_n$ สำหรับทุกจำนวนเต็ม n และ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=L$ สรุปได้ว่า $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=L$

เราสามารถใช้หลักเกณฑ์โลปีตาลเพื่อคำนวณค่าลิมิตของ $f(x)$

3. จงแสดงว่า $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p}=0, p>0$

นิยาม: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=+\infty$ หมายความว่า สำหรับจำนวนจริงบวก M มีจำนวนเต็มบวก n_0 ซึ่ง $a_n > M$ ก็ต่อเมื่อ $n > n_0$ เรากล่าวว่า $\{a_n\}$ ลู่ออก ไปสู่ $+\infty$

นิยาม: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=-\infty$ หมายความว่า สำหรับจำนวนจริงลบ N มีจำนวนเต็มบวก n_0 ซึ่ง $a_n < N$ ก็ต่อเมื่อ $n > n_0$ เรากล่าวว่า $\{a_n\}$ ลู่ออก ไปสู่ $-\infty$.

4. จงแสดงว่า $\{-n^2\}$ ลู่ออก

นิยาม: ลำดับ $\{a_{nk}\}$ เป็นลำดับย่อยของ $\{a_n\}$ ถ้า nk คือลำดับเพิ่มจาก $\{1,2,3,\ldots\}$

ทฤษฎีบท: ถ้าลำดับ $\{a_n\}$ มีลิมิตเป็นจำนวนจริง L แล้ว ทุก ๆ ลำดับย่อยของ $\{a_n\}$ ย่อมมีลิมิตเป็น L ด้วย

$$\lim_{n\to\infty} a_n = L \rightarrow \lim_{k\to\infty} a_{n_k} = L, \forall \{a_{n_k}\} \text{ is a subsequence of } \{a_n\}$$

กล่าวได้ว่า ถ้ามีสองลำดับย่อยของ $\{a_n\}$ ลู่เข้าสู่ค่าที่แตกต่างกัน แล้ว ลำดับ $\{a_n\}$ ลู่ออก

5. จงแสดงว่า ลำดับ $\{(-1)^n\}$ ลู่ออก

กฎของลิมิตสำหรับลำดับ:

ถ้า $\{a_n\}$ และ $\{b_n\}$ ลู่เข้า และ c เป็นค่าคงที่ แล้ว

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=\lim\limits_{n\to\infty} a_n+\lim\limits_{n\to\infty} b_n$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n-b_n)=\lim\limits_{n\to\infty} a_n-\lim\limits_{n\to\infty} b_n$
3. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n\cdot b_n=\lim\limits_{n\to\infty} a_n\times\lim\limits_{n\to\infty} b_n$
4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{\lim\limits_{n\to\infty} a_n}{\lim\limits_{n\to\infty} b_n}, b_n\neq 0 \wedge \lim\limits_{n\to\infty} b_n\neq 0.$
5. $\lim\limits_{n\to\infty}(c\,a_n)=c\lim\limits_{n\to\infty} a_n$
6. $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n)^p=(\lim\limits_{n\to\infty} a_n)^p, p>0, a_n>0$

6. จงคำนวณหาค่าลิมิตของ $\lim\limits_{n\to\infty} n\sin\left(\dfrac{2}{n}\right)$.

ทฤษฎีการบีบอัด:

ทฤษฎี: ถ้า $a_n \le b_n \le c_n$ สำหรับ $n > n_0$ และ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\lim\limits_{n\to\infty} c_n=L$ แล้ว $\lim\limits_{n\to\infty} b_n=L$

ทฤษฎี: ถ้า $\lim\limits_{n\to\infty}|a_n|=0$ แล้ว $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$

7. จงแสดงว่า $\left\{\dfrac{\sin(n)}{n}\right\}$ ลู่เข้า

8. อภิปรายการลู่เข้าของลำดับ $\left\{\dfrac{n!}{n^n}\right\}$

ลำดับ (1-3)

ชื่อ ____________________ รหัสนิสิต __________

ลำดับ $\{r^n\}$

เราทราบว่า $\lim_{n\to\infty} r^n = +\infty$ if $r>1$, $\lim_{n\to\infty} r^n = 0$ if $-1<r<1$

เมื่อ $r = 1$, $\lim_{n\to\infty} 1^n = 1$

เมื่อ $r = 0$, $\lim_{n\to\infty} 0^n = 0$

เมื่อ $r = -1$, $\lim_{n\to\infty} (-1)^n$ diverges .

สรุปได้ว่า ลำดับ $\{r^n\}$ ลู่เข้าถ้า $-1 < r \le 1$ และลู่ออกสำหรับค่าอื่นของ r

9. จงหาการลู่เข้าหรือลู่ออกของลำดับ $\left\{\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right\}$

ลำดับทางเดียว:

ลำดับ $\{a_n\}$ เป็นลำดับเพิ่มถ้า $a_n < a_{n+1}$ ทุกค่า $n \ge 1$ หรือ

ลำดับ $\{a_n\}$ เป็นลำดับลดถ้า $a_n > a_{n+1}$ ทุกค่า $n \ge 1$ หรือ

ลำดับ $\{a_n\}$ เป็นลำดับไม่เพิ่มถ้า $a_n \ge a_{n+1}$ ทุกค่า $n \ge 1$ หรือ

ลำดับ $\{a_n\}$ เป็นลำดับไม่ลดถ้า $a_n \le a_{n+1}$ ทุกค่า $n \ge 1$

ลำดับเป็นลำดับทางเดียว ก็ต่อเมื่อ ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับไม่เพิ่มหรือลำดับไม่ลด

ลำดับ $\{a_n\}$ มีขอบเขตบน ถ้ามีจำนวนจริง M ซึ่ง $a_n < M$ สำหรับทุก $n \ge 1$

ลำดับ $\{a_n\}$ มีขอบเขตล่าง ถ้ามีจำนวนจริง m ซึ่ง $m < a_n$ สำหรับทุก $n \ge 1$

ทฤษฎีลู่เข้าของลำดับทางเดียว:

ทุกลำดับมีขอบเขตทางเดียวลู่เข้า

10. กำหนดให้ $\{a_n\}$ เกิดจากความสัมพันธ์เวียนเกิด

$$a_1 = 2;\ a_{n+1} = 2\,a_n + 6$$

10.1. จงแสดงว่าลำดับนี้มีขอบเขต

10.2. จงแสดงว่าลำดับนี้เป็นลำดับเพิ่ม

11. จงตัดสินว่าลำดับ $a_n = n\,\sin(1/n)$ ลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลำดับลู่เข้า จงหาค่าลิมิต

12. จงตัดสินว่า $a_n = (-3)^n/n!$ ลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลำดับลู่เข้า จงหาค่าลิมิต

13. จงตัดสินว่า $a_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{2n^2-n}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลำดับลู่เข้า จงหาค่าลิมิต

14. จงตัดสินว่า $a_n = \dfrac{\sin(2n)}{1+\sqrt{n}}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลำดับลู่เข้า จงหาค่าลิมิต

15. จงหาลิมิตของลำดับ $\left\{\sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \ldots\right\}$.

ชื่อ ______________________________________ รหัสนิสิต ___________

กำหนดลำดับอนันต์ $\{a_n\}$ นิพจน์ที่เขียนได้ในรูป

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n + \ldots$$

เป็น อนุกรมอนันต์ หรือเรียกง่าย ๆ ว่า อนุกรม เขียนแทนด้วย $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ หรือ Σa_n.

กำหนดผลบวกย่อยของ n พจน์แรก s_n,

$$s_1 = a_1,\ s_2 = a_1 + a_2,\ \ldots,\ s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$$

ผลบวกย่อยของ n พจน์แรกคือลำดับ $\{s_n\}$ ซึ่งอาจลู่เข้าหรือลู่ออกก็ได้ ถ้าลำดับลู่เข้า ค่าที่ลู่เข้าคือลิมิตของอนุกรม

1\. พิจารณาลำดับ $a_n = n/(n+1)$ ทำให้เกิดอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$.

ลิมิตของอนุกรม:

ลำดับของอนุกรมย่อย $\{s_n\}$ ลู่เข้าสู่ s เรากล่าวว่าอนุกรมลู่เข้า

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s$$

ค่า s คือค่าผลบวกของอนุกรม มิฉะนั้น เรากล่าวว่าอนุกรมลู่ออก

2\. $a_n = n/(n^2+1)$, $a_n = n/(n^3+1)$.

อนุกรมเรขาคณิต:

$\sum_{n=1}^{\infty} a r^{n-1} = a + ar + ar^2 + \ldots$ ลู่เข้า ถ้า $|r| < 1$ และ ผลบวกคือ $\frac{a}{1-r}$

ถ้า $|r| \geq 1$, แล้ว อนุกรมเรขาคณิตลู่ออก

3\. จงตัดสินว่า $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{4^n}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าอนุกรมลู่เข้า จงหาค่าของอนุกรม

4\. จงตัดสินหาค่าของ จำนวนตรรกยะของ $1.\dot{4}1\dot{2}$.

5\. จงตัดสินการลู่เข้าหรือลู่ออกของ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

อนุกรมฮาร์โมนิก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ เป็นอนุกรมลู่ออก

ให้ $a_n = 1/n$ ได้ว่าผลบวกของลำดับย่อย $s_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$

เราได้ว่า

$$s_1 = 1$$
$$s_2 = 1 + \tfrac{1}{2}$$
$$s_4 = 1 + \tfrac{1}{2} + 1/3 + \tfrac{1}{4} \geq 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}$$
$$s_8 = 1 + \tfrac{1}{2} + 1/3 + \tfrac{1}{4} + 1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8 \geq 1 + 3/2$$
$$s_{2^k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^k} \geq 1 + \frac{k}{2},\ k > 1$$

ดังนั้น $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ลู่ออก

6\. จงหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตถ้าลู่เข้า สำหรับ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n}$

ชื่อ ____ รหัสนิสิต ____________

ทฤษฎีบท: ถ้าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้าแล้ว $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

วิธีการทดสอบการลู่ออก: ถ้า $\lim_{n\to\infty} a_n$ ไม่มีค่าหรือ $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ แล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่ออก

1. จงหาค่าของ x ที่ทำให้อนุกรมต่อไปนี้ลู่เข้า พร้อมหาค่าผลบวกของอนุกรมในเทอมของ x,
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$

ทฤษฎีบท: ถ้า $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมลู่เข้า แล้ว

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} c\,a_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

สังเกตุว่า $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ and $\sum_{n=1}^{\infty} 1^n$ ลู่ออก เพราะว่า $\lim_{n\to\infty} (-1)^n$ ไม่มีค่าและ $\lim_{n\to\infty} 1^n = 1 \neq 0.$

2. $a_n = n^2/(4n^2+10)$

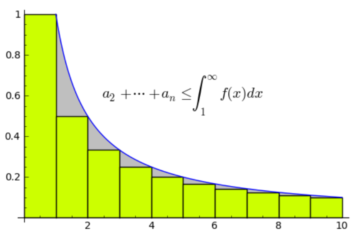
3. จงหาค่าของ x ที่ทำให้อนุกรมต่อไปนี้ลู่เข้า พร้อมหาค่าผลบวกของอนุกรมในเทอมของ x,
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n}$.

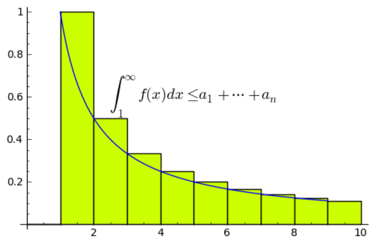
4. จงหาค่าของ x ที่ทำให้อนุกรมต่อไปนี้ลู่เข้า พร้อมหาค่าผลบวกของอนุกรมในเทอมของ x,
$\sum_{n=1}^{\infty} x^n 2^n$.

5. จงหาค่าของ x ที่ทำให้อนุกรมต่อไปนี้ลู่เข้า พร้อมหาค่าผลบวกของอนุกรมในเทอมของ x,
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{3^n}$.

6. จงหาค่าของ x ที่ทำให้อนุกรมต่อไปนี้ลู่เข้า พร้อมหาค่าผลบวกของอนุกรมในเทอมของ x,
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(-2)^n}$.

การทดสอบแบบอินทิกรัล: กำหนดให้ f ต่อเนื่อง มีค่าบวก และเป็นฟังก์ชันลดบน $[1, \infty)$ และ $a_n = f(n)$ แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า ก็ต่อเมื่อ $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ ลู่ออก





1. ทดสอบว่า $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก

2. จงแสดงว่า อนุกรมพี (p-series) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ ถ้า $p > 1$ แล้วอนุกรมลู่เข้า แต่ถ้า $p \le 1$ แล้ว อนุกรมลู่ออก

ชื่อ ______________________________ รหัสนิสิต ____________

3. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

4. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n}$

การประมาณเศษของการทดสอบแบบอินทิกรัล

สมมติว่า $f(n) = a_n$ เมื่อ f ต่อเนื่อง มีค่าบวก และเป็นฟังก์ชันลดสำหรับ $x > n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้าสู่ s ถ้า $R_n = s - s_n$ แล้ว $\int_{n+1}^{\infty} f(x)\,dx \le R_n \le \int_{n}^{\infty} f(x)\,dx$

5. จงประมาณค่าผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ ใช้ 5 พจน์แรก และประมาณความผิดพลาด

อนุกรม (1-7)

การทดสอบแบบเปรียบเทียบ:กำหนด $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมที่มีพจน์เป็นบวก

ถ้า $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ลู่เข้า และ $a_n \le b_n$, แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า

ถ้า $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่ออกและ $a_n \le b_n$, แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ลู่ออก

1. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{3n^2+2n-1}$

2. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n}$

การทดสอบแบบเปรียบเทียบลิมิต:กำหนดให้ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมที่พจน์มีค่าบวก ถ้า $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$ เมื่อ c เป็นค่าบวก แล้วอนุกรมทั้งคู่ลู่เข้าหรือลู่ออกพร้อมกัน

กรณี $c = 0$, ถ้า $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ลู่เข้า แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า

กรณี $c = \infty$, ถ้า $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ลู่ออก แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่ออก

3. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n-1}$

ชื่อ ______________________________ รหัสนิสิต __________

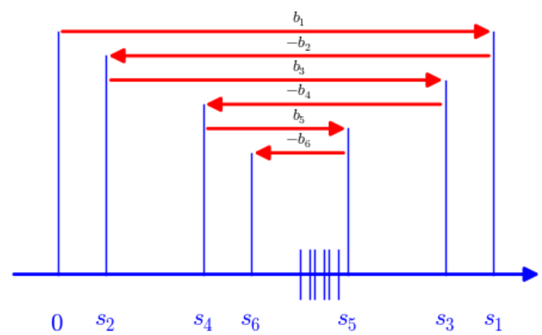
อนุกรมสลับ

อนุกรมสลับคืออนุกรมที่แต่ละพจน์มีเทอม $(-1)^n$ หรือ $(-1)^{n+1}$ ปรากฎอยู่

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots \text{ and } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1} = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \ldots$$

การทดสอบอนุกรมสลับ:

ถ้าอนุกรมสลับ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} b_n = b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + \ldots$ สอดคล้อง (1) $b_{n+1} \le b_n$ และ (2) $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$ แล้วอนุกรมลู่เข้า



4. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$

5. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3n}{4n-2}$

ชื่อ ________________________________ รหัสนิสิต __________

การลู่เข้าแบบสัมบูรณ์:อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ มีการลู่เข้าแบบสัมบูรณ์ ถ้าอนุกรมที่ทุกพจน์อยู่ในรูปของค่าสัมบูรณ์ $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ ลู่เข้า

อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ มีการลู่เข้าแบบมีเงื่อนไข ถ้าอนุกรมลู่เข้า แต่อนุกรมไม่ลู่เข้าแบบสัมบูรณ์

ทฤษฎีบท:ทุกอนุกรมลู่เข้าแบบสัมบูรณ์ ลู่เข้าเสมอ

1. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{n^2}$.

การทดสอบโดยใช้อัตราส่วน:ถ้า $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L < 1$ แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมลู่เข้าแบบสัมบูรณ์

ถ้า $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L > 1$ แล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่ออก

ถ้า $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 1$ แล้ว การทดสอบโดยใช้อัตราส่วนไม่สามารถสรุปได้

2. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าแบบสัมบูรณ์ ลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$.

3. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าแบบสัมบูรณ์ ลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-8)^n}{n!}$.

4. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าแบบสัมบูรณ์ ลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.

การทดสอบโดยใช้การถอดกรณฑ์:ถ้า $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = L < 1$ แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้าแบบสัมบูรณ์

ถ้า $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = L > 1$ แล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่ออก

ถ้า $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 1$ แล้ว การทดสอบโดยใช้การถอดกรณฑ์ไม่สามารถสรุปได้

5. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าแบบสัมบูรณ์ ลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{4n+2}\right)^n$.

6. จงทดสอบอนุกรมต่อไปนี้ว่าลู่เข้าแบบสัมบูรณ์ ลู่เข้าหรือลู่ออก $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\arctan n)^n}$.