

# โปรแกรมวิเคราะห์โครงข้อแข็งระนาบบนอินเทอร์เน็ต

## PROGRAM FOR ANALYSIS OF PLANAR FRAME ON INTERNET

มนัส กุลตั้งกิจเสรี, สุวิทย์ พัฒนาสุทธีนนท์, อภิรัตน์ เลี้ยวชวลิต

นิสิตปริญญาตรี ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดร.วัฒนชัย สมิททากร

อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**บทคัดย่อ:** โครงการทางวิศวกรรมนี้ได้ทำการพัฒนาโปรแกรมสำหรับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งระนาบ และสามารถใช้งานได้ผ่านทางอินเทอร์เน็ต โดยภาษาที่ใช้ในการพัฒนาคือ ภาษาจาวา วิธีการวิเคราะห์ที่ใช้คือ วิธีสติฟเนสโดยตรง ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้คือ แรงตามแนวแกน แรงเฉือน และโมเมนต์ ของที่ปลายแต่ละชิ้นส่วน และการเคลื่อนที่ของจุดข้อต่อปลายชิ้นส่วน โดยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นนี้จะพิจารณาการวิเคราะห์โครงสร้างในแบบสถิตในช่วงอิลาสติกเชิงเส้นของโครงข้อแข็งในระนาบ 2 มิติ โดยผู้ใช้ต้องกำหนดคุณสมบัติและจำนวนของจุดต่อชิ้นส่วน ฐานรองรับ และ แรงที่กระทำต่อโครงสร้างซึ่งได้แก่ แรงกระทำแบบจุด, แรงกระทำกระจายแบบสม่ำเสมอ, แรงกระทำกระจายรูปสามเหลี่ยม และแรงกระทำคู่ควบ เพื่อให้โปรแกรมนำไปคำนวณ จากนั้นจึงแสดงผลพร้อมออกมาบนเว็บเพจ

**ABSTRACT:** The project presents the development of a computer program for the analysis of a planar frame. Capable of running through the Internet, the program is written using Java programming language. The method of direct stiffness is employed, and the results are shown for the nodal displacements and member forces. This program is limited at the static analysis of a planar frame in linear-elastic range only. Users must specify number and properties for nodes, elements, supports, and external applied forces, e.g., point load, uniform load, triangular load and couple moment. The results are then computed and shown on the web page.

**KEYWORDS:** Structural Analysis, Planar Frame, Java Language

### 1. บทนำ

#### 1.1 ที่มาของปัญหา

ในปัจจุบันได้มีผู้พัฒนาโปรแกรมสำหรับวิเคราะห์โครงสร้างโครงข้อแข็งระนาบเป็นจำนวนมาก แต่อย่างไรก็ตามโปรแกรมเหล่านี้ก็ยังมีปัญหา และอุปสรรคในการใช้งานดังนี้

1. ระบบปฏิบัติการที่ต้องใช้ผูกติดกับระบบผู้ผลิต จึงพัฒนาโปรแกรมเพื่อให้สามารถทำงานได้บนทุกระบบปฏิบัติการ ซึ่งจะทำให้การทำงานเป็นไปได้โดยสะดวกมากยิ่งขึ้น

2. ปัญหาด้านความสะดวกในการใช้งาน โดยส่วนมากในการใช้งานจะต้องมีโปรแกรมติดตั้งลงในเครื่องที่จะต้องใช้ในการวิเคราะห์ ดังนั้นจึงพัฒนาโปรแกรมให้สามารถใช้งานได้ผ่านทางเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ก็จะทำให้มีความสะดวกในการใช้งานมากขึ้น

3. ราคาแพง โปรแกรมในท้องตลาดมักจะกำหนดราคาของโปรแกรมในลักษณะราคาต่อหน่วยของคอมพิวเตอร์ที่ติดตั้งในองค์กร ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายเป็นจำนวนมาก

## 1.2 วัตถุประสงค์

1. ใช้ภาษาจาวาในการเขียนโปรแกรมคำนวณวิเคราะห์โครงสร้างข้อแข็งระนาบ ด้วยวิธีสตีเฟนสโดยตรง ให้สามารถใช้งานได้ผ่านอินเทอร์เน็ต
2. ผลลัพธ์ของโปรแกรม จะแสดงออกมาเป็นรูปภาพทางเรขาคณิตของ โครงสร้างพร้อมทั้งแสดงผลของการเคลื่อนที่ของจุดต่อและแรงภายในที่ปลายแต่ละชิ้นส่วน

## 1.3 ขอบเขตของการศึกษา

1. โปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้างข้อแข็งด้วยวิธีสตีเฟนสโดยตรง (Direct Stiffness Method)
2. พิจารณาโครงสร้างข้อแข็งที่อยู่ในระนาบ 2 มิติ เท่านั้น
3. นำหนักที่กระทำต่อ โครงสร้างเป็นแบบ Nodal Force, Point load, Uniform Load, Triangular Load
4. พิจารณาการวิเคราะห์โครงสร้างในแบบ Static Analysis โดยที่ชิ้นส่วนเป็นแบบ Prismatic คือมีค่า E, I, A คงที่
5. พิจารณาการวิเคราะห์โครงสร้างใน ช่วง Elastic เท่านั้น

## 2. ทฤษฎีที่ใช้

### 2.1 วิธีสตีเฟนส โดยตรง (Direct Stiffness Method)

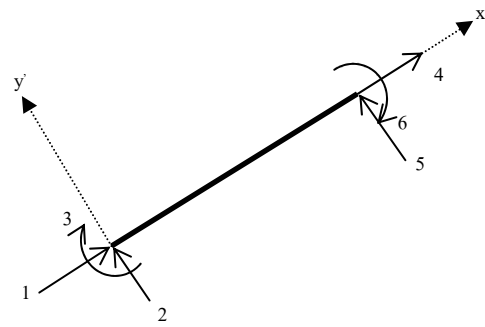
ในการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีสตีเฟนสโดยตรง จะพิจารณาว่าโครงสร้างที่กำหนด ประกอบขึ้นด้วยชิ้นส่วนต่างๆ ที่มาต่อกันตรงขั้วต่อ (Node) โดยสมมติว่าแรงที่กระทำนั้นกระทำที่ขั้วต่อเท่านั้น ดังนั้นถ้ามีแรงกระทำระหว่างช่วงความยาวของชิ้นส่วน หรือ ในกรณีที่ต้องการทราบค่าการเปลี่ยนตำแหน่งระหว่างช่วงความยาวของชิ้นส่วน ก็ต้องแบ่งชิ้นส่วนนั้นออกไปอีกตรงที่มีแรงมากกระทำหรือตรงจุดที่ต้องการทราบค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำบนโครงสร้างกับการเปลี่ยนตำแหน่งในวิธีสตีเฟนสอาศัยสัมประสิทธิ์ (Stiffness influence coefficient) ตามสูตร

$$[F] = [K] [\Delta] \quad \dots (1)$$

- โดยที่ [F] เป็น แรงที่กระทำภายนอกที่ขั้วต่อ  
 [\Delta] เป็น การเคลื่อนที่ของขั้วต่อ  
 [K] เป็น สัมประสิทธิ์สตีเฟนสของโครงสร้าง (structural stiffness matrix)

## 2.2 สตีเฟนสมเมตริกซ์ของชิ้นส่วน (Element – Stiffness Matrix)



รูปที่ 1 ระบบแกนพิกัดของชิ้นส่วน

การพิจารณาชิ้นส่วนของโครงสร้างข้อแข็งในรูปแบบที่ 1 นั้น จะมีแรงกระทำที่ปลายขั้ว 3 ชนิด คือ แรงตามแนวแกน (Axial Force), แรงเฉือน (Shear Force) และโมเมนต์ดัด (Bending Moment) ในระบบแกนพิกัดของชิ้นส่วน โดยความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายในกับการเปลี่ยนรูปร่างภายในสำหรับชิ้นส่วนใดๆ ในโครงสร้างข้อแข็งระนาบ จะเขียนได้ดังสมการ

$$[q] = [k'] [\delta] \quad \dots (2)$$

- โดยที่ [q] เป็น แรงภายในของชิ้นส่วนในระบบพิกัดชิ้นส่วน (Local Coordinate)  
 [\delta] เป็น การเคลื่อนที่ ณ. ปลายชิ้นส่วนภายใต้ระบบพิกัดของชิ้นส่วน (Local Coordinate)  
 [k'] เป็น สตีเฟนสมเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบแกนพิกัดของชิ้นส่วน (Local Coordinate) ซึ่งหาได้จาก

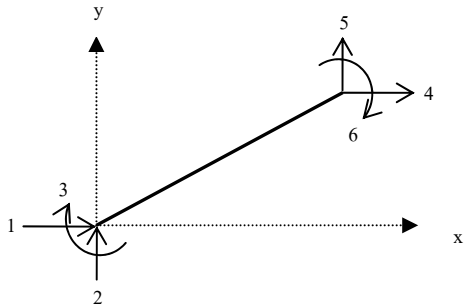
$$[k'] = \begin{bmatrix} AE/L & 0 & 0 & -AE/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -AE/L & 0 & 0 & AE/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \quad \dots (3)$$

### 2.3 เมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement Transformation Matrix)

แรงและการเคลื่อนที่ทั้งหมดที่อยู่ในระบบพิกัดของชิ้นส่วน (Local Coordinate) จะต้องทำการแปลงให้อยู่ในระบบพิกัดโครงสร้าง (Global Coordinate) ดังแสดงในรูปที่ 2 โดยอาศัยเมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement Transformation Matrix) ซึ่งจะมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$[\delta] = [T][\Delta] \quad \dots (4)$$

- โดยที่  $[\delta]$  เป็น การเคลื่อนที่ ณ ปลายชิ้นส่วนภายใต้ระบบพิกัดชิ้นส่วน (Local Coordinate)
- $[\Delta]$  เป็น การเคลื่อนที่ ณ ปลายชิ้นส่วนภายใต้ระบบพิกัดของโครงสร้าง (Global Coordinate)
- $[T]$  เป็น เมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement Transformation Matrix)



รูปที่ 2 ระบบแกนพิกัดโครงสร้าง

สำหรับการแปลงสติเฟนสมเมตริกซ์ของชิ้นส่วน  $[k']$  จากระบบแกนพิกัดของชิ้นส่วน (Local Coordinate) ให้อยู่ในระบบพิกัดโครงสร้าง (Global Coordinate) นั้น สามารถทำได้ด้วยสมการ

$$[k] = [T]^T [k'] [T] \quad \dots (5)$$

- โดยที่  $[k]$  เป็น สติเฟนสมเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบพิกัดโครงสร้าง (Global Coordinate)
- $[k']$  เป็น สติเฟนสมเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบแกนพิกัดของชิ้นส่วน (Local Coordinate)
- $[T]$  เป็น เมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement Transformation Matrix)

หลังจากที่ได้สติเฟนสมเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบแกนพิกัดของโครงสร้าง  $[k]$  ขั้นตอนต่อไปคือการสร้างสติเฟนสมเมตริกซ์รวมของโครงสร้าง  $[K]$  ซึ่งประกอบด้วยสติเฟนสมเมตริกซ์ของส่วนโครงสร้างชิ้นต่าง ๆ นามารวมกันโดยพิจารณาจากสมดุลของแรงที่ข้อต่อ เมื่อสามารถสร้างสติเฟนสมเมตริกซ์ของโครงสร้าง  $[K]$  ได้แล้ว เมตริกซ์นี้จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์หาการเคลื่อนที่หรือการเปลี่ยนตำแหน่ง แรงปฏิกิริยาตลอดจนแรงภายในโครงสร้างได้จากสมการต่างๆ เช่น หาการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อและแรงปฏิกิริยาที่ไม่รู้ค่าจากสมการ

$$\begin{bmatrix} \Delta \\ \Delta_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ F_u \end{bmatrix} \quad \dots (6)$$

และหาแรงภายในแต่ละชิ้นส่วนที่ไม่รู้ค่าจากสมการ

$$[q_u] = [k'] [T] [\Delta] \quad \dots (7)$$

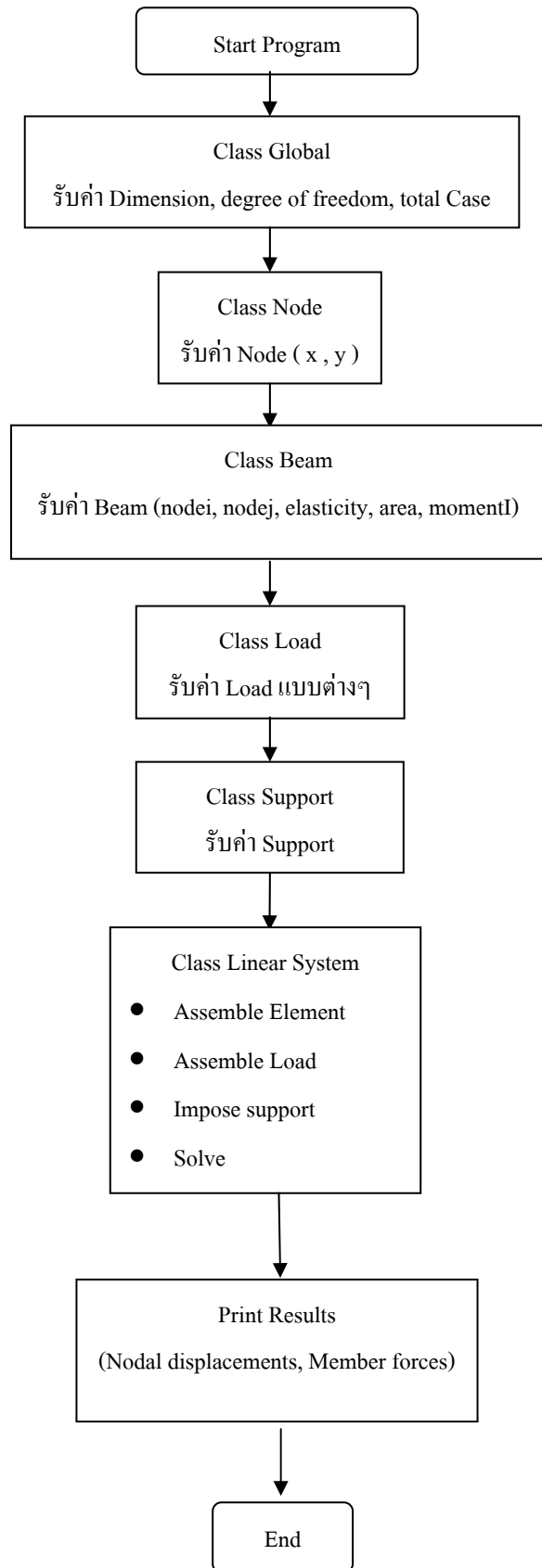
- โดยที่  $[\Delta_u]$  เป็น การเคลื่อนที่ ณ ปลายชิ้นส่วนภายใต้ระบบพิกัดของโครงสร้าง (Global Coordinate) ที่ไม่ทราบค่า
- $[F_u]$  เป็น แรงที่กระทำภายนอกที่ข้อต่อที่ไม่ทราบค่า
- $[q_u]$  เป็น แรงกระทำภายในระบบแกนพิกัดของชิ้นส่วน (Local Coordinate) ที่ไม่ทราบค่า

### 3. ขั้นตอนการคำนวณ

โปรแกรมการวิเคราะห์โครงข้อแข็งระนาบในโครงงานนี้ ถูกเขียนขึ้นด้วยภาษาจาวา ซึ่งเป็นการเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุ (Object-Oriented Programming) โดยโครงสร้างหลักของโปรแกรมจะประกอบไปด้วยคลาส (class) และภายในแต่ละคลาสจะประกอบไปด้วยสมาชิกที่เป็นข้อมูล (data) และฟังก์ชัน (method)

จุดเริ่มต้นของการทำงานของโปรแกรม เริ่มที่คลาสหลัก ซึ่งเป็นคลาสเริ่มต้นที่ถูกโหลดเข้ามาเพื่อทำงาน ส่วนคลาสย่อยอื่นๆ จะถูกโหลดเข้ามาเมื่อมีการอ้างอิงถึง ขณะที่โปรแกรมกำลังทำงาน และฟังก์ชันต่างๆภายในคลาสที่จะถูกเรียกมาเพื่อ

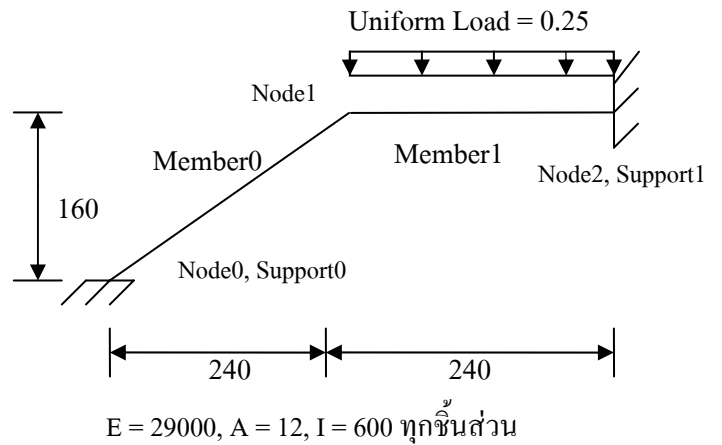
ทำงานต่างๆ โดยโปรแกรมหลักในโครงงานนี้ จะมีขั้นตอนการทำงานดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 Flow Chart การทำงานของโปรแกรมหลัก

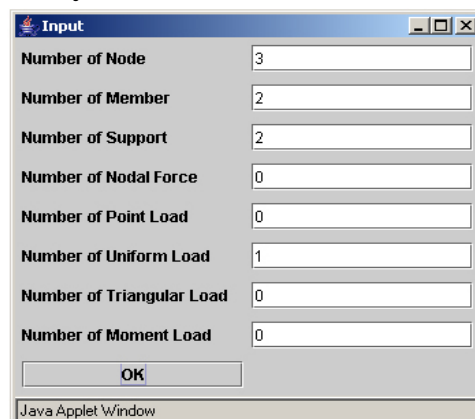
#### 4. ตัวอย่างการทำงานของโปรแกรม

ในที่นี้จะแสดงวิธีการใช้โปรแกรม โดยอาศัยปัญหาตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 4

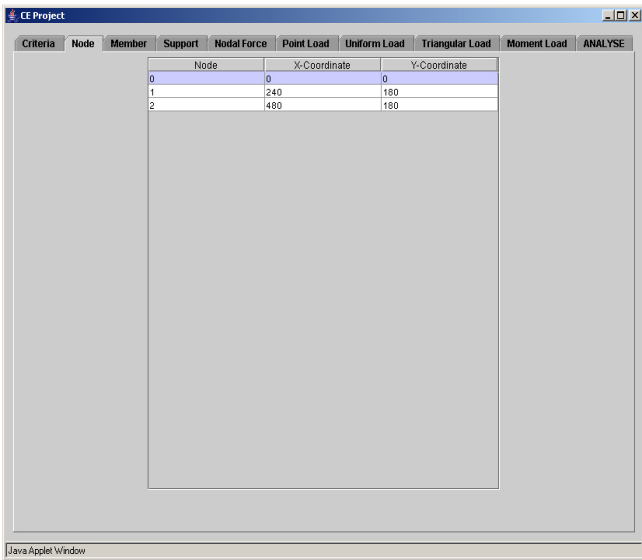


รูปที่ 4 ปัญหาตัวอย่าง

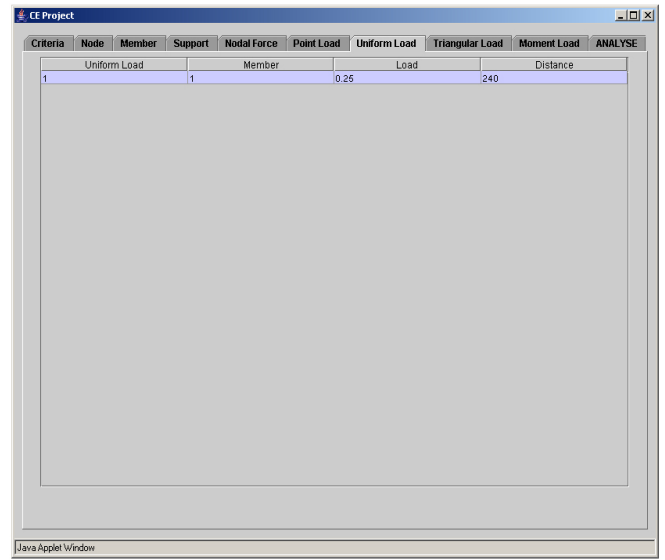
1. กรอบ Input สำหรับป้อนค่าจำนวนของNode, Member, Support และ Load ชนิดต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 5
2. กรอบ Node สำหรับป้อนค่าตำแหน่งพิกัดของจุดต่อในแกน X และ Y ดังแสดงในรูปที่ 6
3. กรอบ Member โดยใส่ค่าNodeเริ่มต้น, Nodeปลาย, Elastic Modulus, พื้นที่หน้าตัด และ Moment of Inertia ของแต่ละ Memberลงในช่องของตาราง ดังในรูปที่ 7
4. กรอบ Support สำหรับใส่ตำแหน่งSupportที่Nodeใดๆและกำหนดการเคลื่อนที่ในแนวแกนใดๆ ดังในรูปที่ 8
5. กรอบ Load กำหนดMember ที่ Load กระทำรวมทั้งขนาดและทิศทางของ Load ดังในรูปที่ 9
6. Analyse เลือกปุ่ม Analyseเพื่อวิเคราะห์ผล ดังในรูปที่ 10
7. Output กดปุ่มShow Result เพื่อแสดงผลลัพธ์บนWeb Page ดังในรูปที่ 11



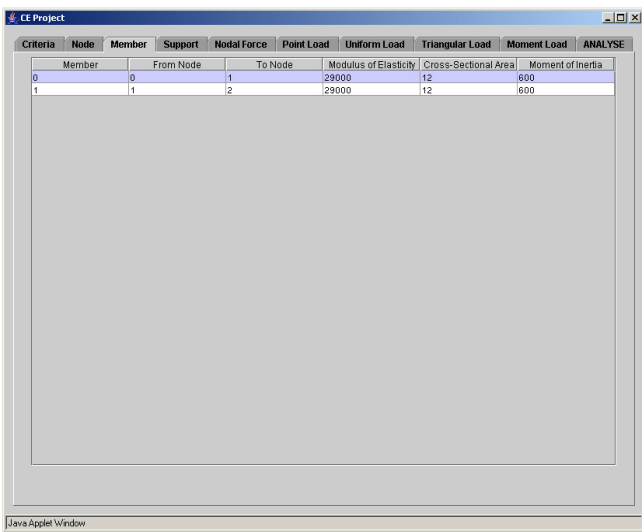
รูปที่ 5 กรอบ Input



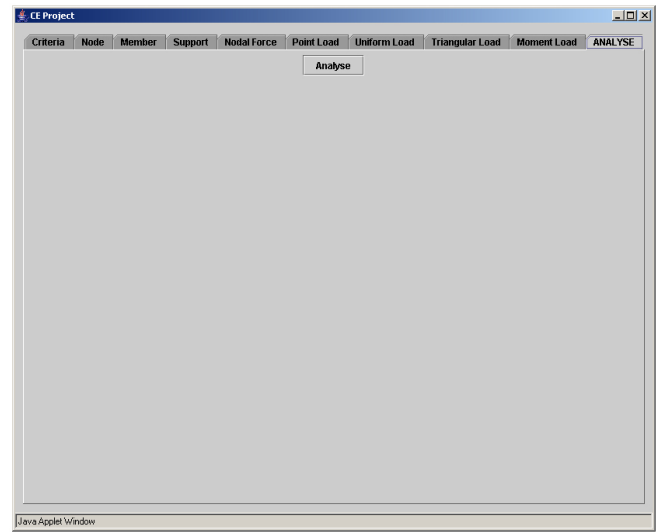
รูปที่ 6 กรอบ Node



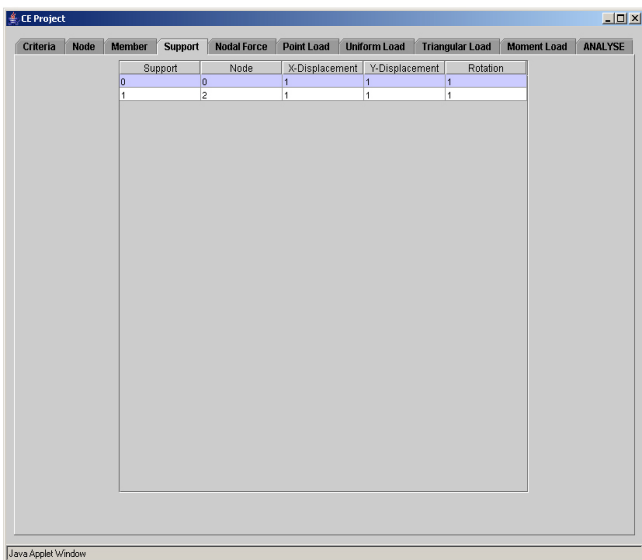
รูปที่ 9 กรอบ Load



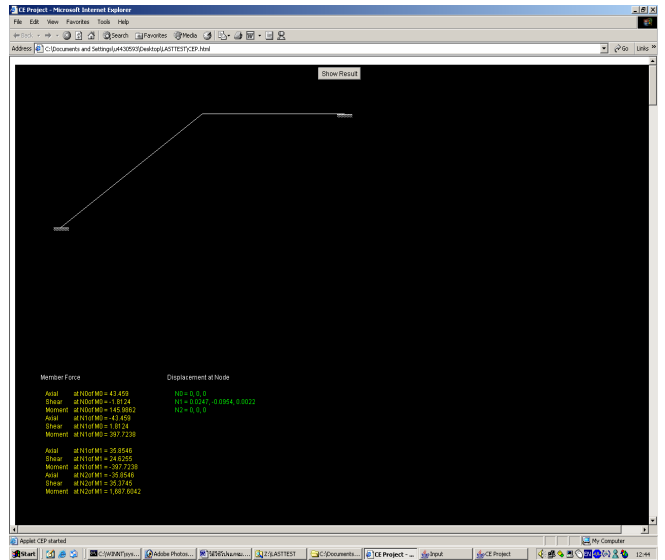
รูปที่ 7 กรอบ Member



รูปที่ 10 กรอบ Analyse



รูปที่ 8 กรอบ Support



รูปที่ 11 เว็บเพจแสดง Result

## 5. บทสรุป

โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นในโครงการนี้ ใช้สำหรับการวิเคราะห์ โครงข้อแข็งระนาบบนอินเตอร์เน็ต ซึ่งพัฒนาขึ้นด้วยภาษา จาวาให้สามารถประมวลผลได้ผ่านทางอินเตอร์เน็ต ซึ่งผู้ใช้ สามารถคำนวณหา แรงตามแนวแกน แรงเฉือน โมเมนต์ดัด และ การเคลื่อนที่ของจุดปลายชิ้นส่วนต่างๆได้ ในการ วิเคราะห์โปรแกรมนี้ ผู้ใช้จะต้องป้อนค่าพิกัดจุดต่อของ โครงสร้าง ป้อนคุณสมบัติของแต่ละชิ้นส่วน ป้อนตำแหน่ง ของฐานรองรับและกำหนดการเคลื่อนที่ในแนวแกนใดๆ ป้อน แรงที่กระทำต่อชิ้นส่วนแต่ละชิ้นส่วน หลังจากนั้น โปรแกรม จะทำการคำนวณแล้วแสดงผลพร้อมทั้งออกทางเว็บเพจเป็นรูปภาพ ทางเรขาคณิตของโครงสร้างนั้น พร้อมกับแสดงค่าการ เคลื่อนที่ของจุดต่อและแรงภายในที่ปลายของแต่ละชิ้นส่วน

โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถใช้งานได้ผ่านทาง อินเตอร์เน็ตจึงสะดวกต่อการใช้งานและสามารถใช้งานได้บน ระบบปฏิบัติการทุกระบบ ดังนั้นบุคคลทั่วไปจึงสามารถที่จะ ใช้โปรแกรมนี้ผ่านทางอินเตอร์เน็ตโดยไม่ต้องเสียค่าใช้จ่าย ใดๆ

## กิตติกรรมประกาศ

การจัดทำโครงการวิศวกรรมโยธาครั้งนี้ ทางคณะผู้จัดทำต้อง ขอขอบพระคุณ อ.ดร.วัฒนชัย สมิตทากร อาจารย์ที่ปรึกษา โครงการ ที่ได้ให้คำปรึกษาและแนวทางในการทำโครงการ อย่างดียิ่งตลอดมา พร้อมกันนี้ คณะผู้จัดทำต้องขอขอบคุณ คณะอาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมโยธาทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ ประสาทวิชาความรู้ตลอดระยะเวลาในการศึกษา

## เอกสารอ้างอิง

- [1] ดร. วีระศักดิ์ ชั่งถาวร : การฝึกเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษา จาวา, SE-ED BOOK
- [2] กิตติ ภัคดีวัฒนะกุล: การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาจาวา เล่มที่ 1, K T P C O M P & C O N S U L T
- [3] ณัฐคนัย สุขรัตน์: การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาจาวา เล่ม ที่ 2, K T P C O M P & C O N S U L T
- [4] วินิต ช่อวิเชียร: การวิเคราะห์โครงสร้าง พ.ศ.2544
- [5] Aslam.kassimali: Structural Analysis; Second Edition, Brooks, 1999
- [6] A.Ghali, A.M.Neville and T.G.Brown: Structural Analysis; A

Unified Classical and Matrix Approach, McGraw-Hill, 2003

[7] John L. Meek: Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, 1971

[8] C.MARTIN: Introduction to Matrix Method of Structural Analysis, MC GRAW-HILL Book Company, 1966

[9] HAROLD ILAVRSEN, MC GRAW HILL: Structural Analysis; Third Edition, McGraw-Hill, 1988