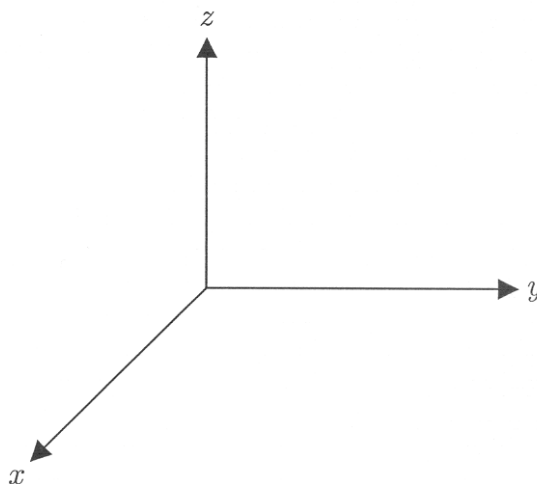
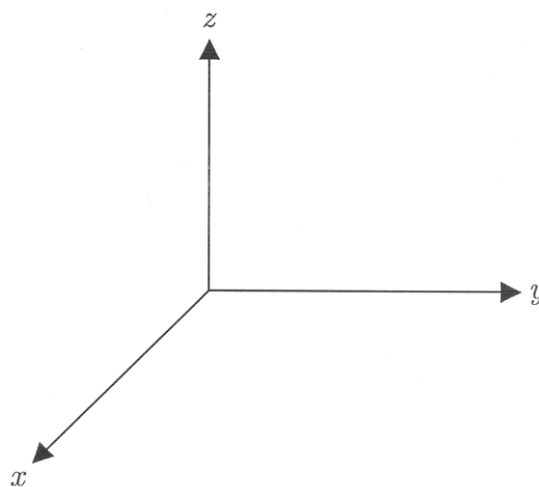


1. จงหาสมการของกรวยที่มีเส้นบังคับเป็นเส้นโค้ง $y = x^2 - 2x + 3, z = 0$ และมีจุด $(-1, 0, 1)$ เป็นจุดยอด (8 คะแนน)
2. จงเขียนรูปคร่าว ๆ และหาสมการของพื้นผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นโค้ง $x = \sqrt{y}, z = 0$ รอบแกน y (10 คะแนน)
3. จงบอกชื่อพร้อมทั้งเขียนกราฟอย่างคร่าว ๆ ของพื้นผิวที่มีสมการต่อไปนี้ (24 คะแนน)
 - 3.1 $3x^2 + 2z^2 - 6x - 6y - 4z + 17 = 0$



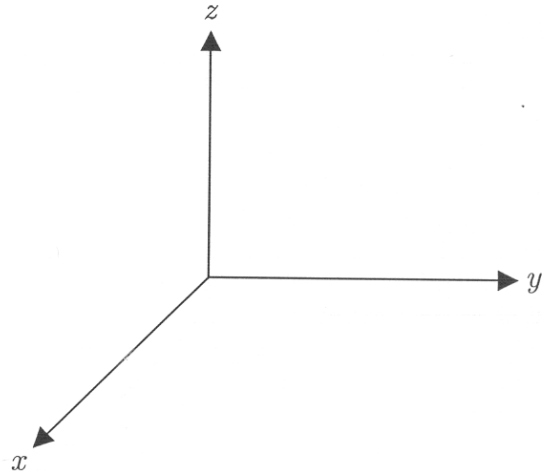
ชื่อ _____

3.2 $8x^2 + 4y^2 - z^2 - 16y + 12 = 0$



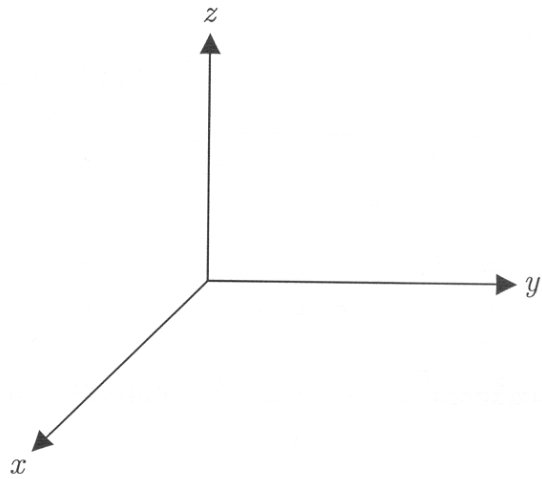
ชื่อ _____

3.3 $9x^2 + 4y^2 - z^2 - 18x + 8y + 4z + 9 = 0$



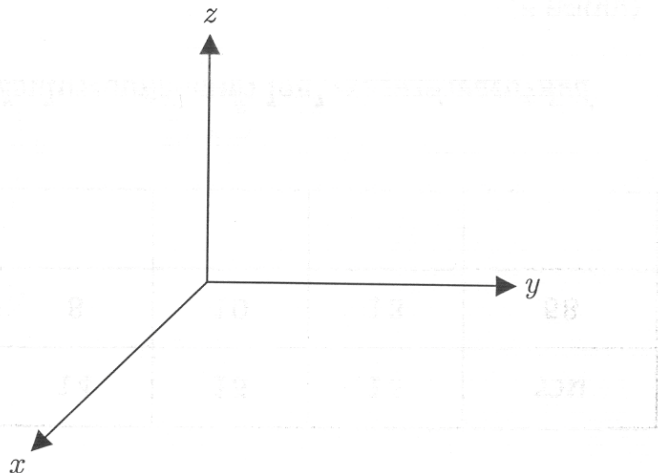
ชื่อ _____

3.4 $z^2 - 4x^2 - 4y^2 - 2z - 3 = 0$



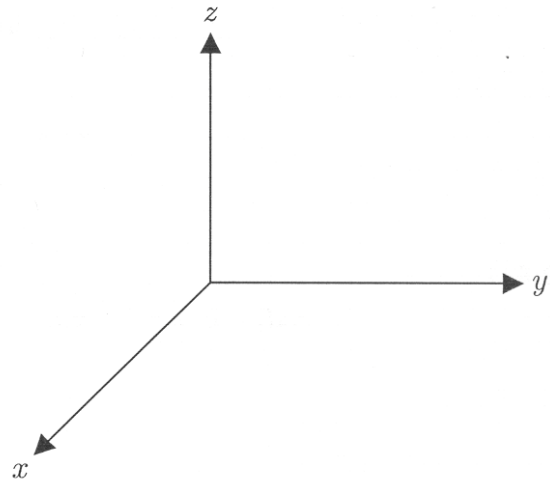
ชื่อ _____

3.5 $4y^2 - 9x^2 + 36x - 24y - 36z + 36 = 0$



ชื่อ _____

3.6 $x^2 - 3z + 2 = 0$



ชื่อ _____

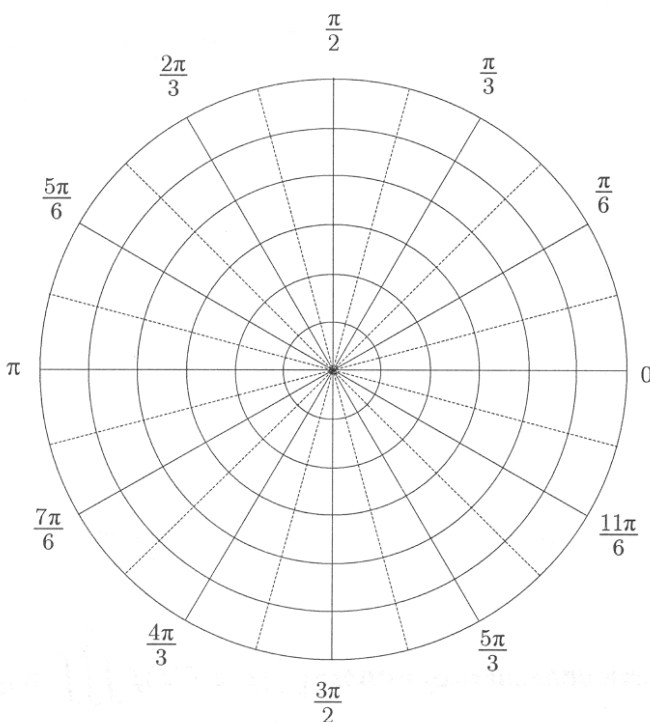
∴ กำหนดสมการเชิงขั้ว $r = 4\sqrt{-\sin 2\theta}$ (11 คะแนน)

4.1 จงพิจารณาอย่างละเอียดว่ากราฟของสมการที่กำหนดให้มีสมมาตรเทียบกับเส้นตรง $\theta = 0$, เส้นตรง $\theta = \frac{\pi}{2}$ และขั้วหรือไม่

4.2 เราสามารถสร้างตารางแสดงค่า r และ θ ของสมการที่กำหนดให้ได้ดังนี้

θ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{8}$	$\frac{11\pi}{12}$	π
2θ	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$r = 4\sqrt{-\sin 2\theta}$	0	2.83	3.36	3.72	4	3.72	3.36	2.83	0

โดยอาศัยตารางนี้และสมมาตรที่ทราบจากข้อ 4.1 จงเขียนกราฟของสมการที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบอกชื่อกราฟด้วย



ชื่อกราฟ _____

5. จงเติมเฉพาะคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

(4 คะแนน)

5.1 ทรงกลมซึ่งมีสมการเป็น $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z - 3 = 0$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ _____ และมีรัศมีเท่ากับ _____

5.2 พิกัดเชิงขั้วของจุดซึ่งมีพิกัดฉากเป็น $(-1, 1)$ เมื่อ

5.2.1 $r > 0$ และ $-2\pi < \theta \leq 0$ คือ _____

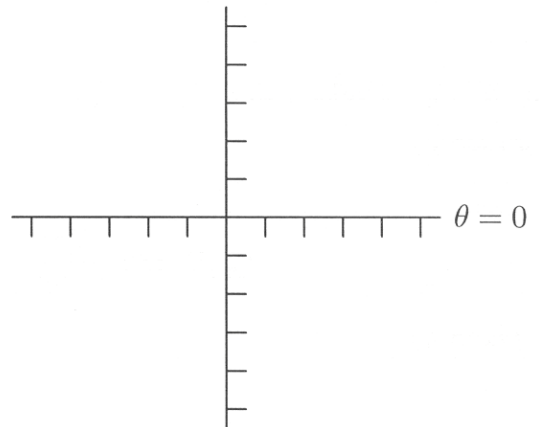
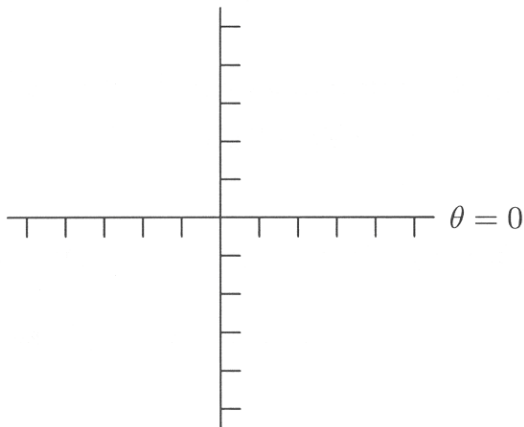
5.2.2 $r < 0$ และ $0 \leq \theta < 2\pi$ คือ _____

6. จงบอกชื่อและเขียนกราฟอย่างคร่าวๆ ของสมการเชิงขั้วต่อไปนี้

(12 คะแนน)

6.1 $r = 4 \cos 2\theta$

6.2 $r = 2 - 3 \cos \theta$

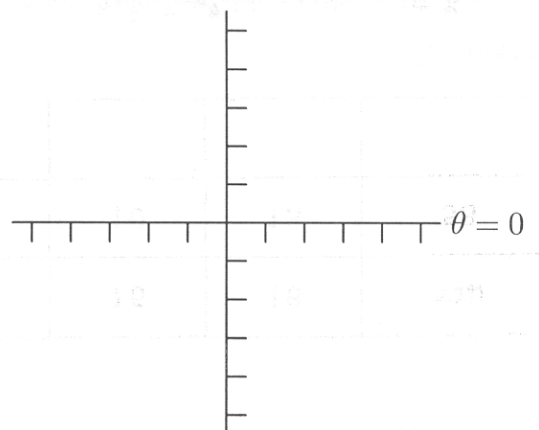
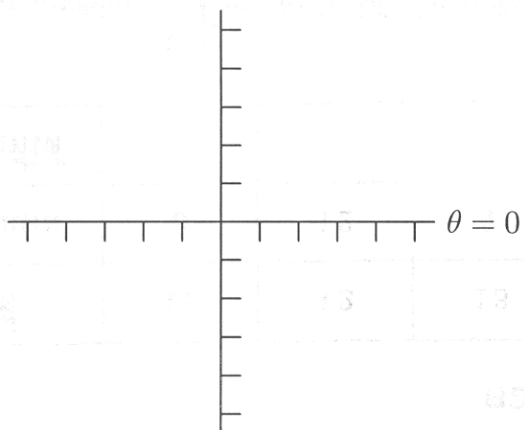


ชื่อกราฟ _____

ชื่อกราฟ _____

6.3 $r = \frac{1}{2} \sec \theta \tan \theta$

6.4 $r = \frac{12}{4 \cos \theta - 3 \sin \theta}$

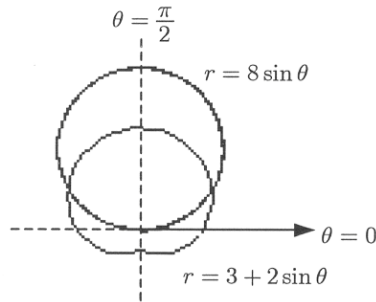


ชื่อกราฟ _____

ชื่อกราฟ _____

7. กำหนดเส้นโค้ง 2 เส้นมีสมการเป็น $r = 3 + 2\sin\theta$ และ $r = 8\sin\theta$ ซึ่งสามารถเขียนกราฟได้ดังรูปข้างล่าง

(15 คะแนน)



- 7.1 จงหาจุดตัดของเส้นโค้งทั้งสอง
- 7.2 จงหาพื้นที่ของบริเวณที่อยู่ภายในเส้นโค้งที่หนึ่งแต่อยู่นอกเส้นโค้งที่สอง
- 7.3 จงหาพื้นที่ของบริเวณที่เป็นส่วนร่วมกันของบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งทั้งสองในรูปปริพันธ์โดยไม่ต้องหาค่า
8. จงหาพื้นที่ของบริเวณในจุดภาคที่หนึ่งซึ่งปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $x^2 + y^2 = 2\sqrt{x^2 + y^2} + 2x$, เส้นตรง $y = 0$ และเส้นตรง $y = x$ ในรูปปริพันธ์โดยไม่ต้องหาค่า (9 คะแนน)
9. กำหนดให้ $f(x, y, z, w) = (x + w)e^{yz} + w^{x-y} + \sin yw$ จงหา $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial w}$ และ $D_{423}f$
(หมายเหตุ $\frac{da^u}{dx} = a^u \ln a \frac{du}{dx}$) (6 คะแนน)
10. กำหนดให้ $w = f(u, v)$; $u = x^2 - y$, $v = 3xy^2$ และ $f_{uv} = f_{vu}$ จงหา $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$ และ $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ (10 คะแนน)
11. กำหนดให้สมการ $x^2y - yuz + 5zv^3 = 5$
และ $3xy^4 + 2x^2v^2 + vz^2 = 1$
นิยาม x และ v เป็นฟังก์ชันของ y, z และ u โดยปริยาย
จงหา $\frac{\partial v}{\partial z}$ และ $\frac{\partial x}{\partial z}$ เมื่อ $x = u = 1$, $y = 0$ และ $v = z = -1$ (8 คะแนน)
12. ในการคำนวณหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่งซึ่งวัดความยาวของด้านที่ขนานกันได้ 6 และ 14 เซนติเมตร และวัดความสูงได้ 12 เซนติเมตร ถ้าในการวัดความยาวของด้านที่ขนานกันแต่ละด้านมีความผิดพลาดไม่เกิน 0.3 เซนติเมตร และการวัดความสูงมีความผิดพลาดไม่เกิน 0.2 เซนติเมตร จงหาขอบเขตความผิดพลาดในการหาพื้นที่ครั้งนี้ (10 คะแนน)