

1. จงหาค่า λ_1 , λ_2 และ λ_3 โดยที่ $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ ซึ่งทำให้สมการ $-x^2 + 2y^2 + z^2 + 4xy = 6$ เปลี่ยนไปอยู่ในรูป $\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + \lambda_3 z'^2 = 6$ พร้อมทั้งบอกชื่อพื้นผิวที่เป็นกราฟของสมการนี้ (5 คะแนน)
2. เราสามารถแปลงสมการ $x^2 - 3y^2 - z^2 + 2\sqrt{3}xz = 6$ ให้อยู่ในรูป $\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + \lambda_3 z'^2 = 6$ โดยคำนวณได้ว่า $\lambda_1 = -3$, $\lambda_2 = -2$ และ $\lambda_3 = 2$ จงหาเมทริกซ์ของการเปลี่ยนทิศทางของแกนพิกัด (เมทริกซ์เชิงตั้งฉากปรกติ) P จากนั้นเขียนแสดงทิศทางของแกนพิกัดชุดใหม่เทียบกับแกนพิกัดชุดเดิม พร้อมทั้งเขียนกราฟของพื้นผิวอย่างคร่าวๆ และบอกชื่อของพื้นผิวในแนวแกนพิกัดชุดใหม่ด้วย (13 คะแนน)

3. ถ้าเราทราบว่าสมการ $2x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 5xy - 2xz - 2yz = \frac{9}{2}$ สามารถเปลี่ยนเป็นสมการในรูปอย่างง่ายได้

$$\text{โดยมี } \lambda_1 = -\frac{9}{2}, \lambda_2 = 0 \text{ และ } \lambda_3 = \frac{9}{2} \text{ และ } P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{4}{3\sqrt{2}} & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

จงบอกชื่อพร้อมทั้งอธิบายลักษณะของพื้นผิวที่เป็นกราฟของสมการ

$$2x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 5xy - 2xz - 2yz - 3x - y + z = \frac{9}{2} \quad (5 \text{ คะแนน})$$