

คำชี้แจง ข้อสอบมี 9 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน

1. จงหาสมการของพื้นผิวที่เกิดจากการหมุนกราฟของ $z = \cos y$; $x = 0$ รอบแกน Y พร้อมทั้งวาดภาพแสดงพื้นผิว
2. จงวาดพื้นผิว $x^2 - y^2 + z^2 + 1 = 0$ โดยการพิจารณาจุดตัดแกนและรอยตัดบนระนาบที่เหมาะสม พร้อมทั้งระบุชื่อของพื้นผิวดังกล่าว
3. จงแปลงสมการ $2x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 2xy + x = 1$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย พร้อมทั้งหาเมทริกซ์การแปลง
4. จงหาเซต $D \subseteq \mathbb{R}^3$ ที่ใหญ่ที่สุดที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x, y, z) = \ln\left(\frac{x+y+z}{\sqrt{1-x^2-y^2}}\right)$ ต่อเนื่องบนเซต D พร้อมทั้งวาดภาพของ D ในปริภูมิสามมิติและหา $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0,2)} f(x, y, z)$ (ถ้ามี)
5. จงตรวจสอบว่าลิมิตต่อไปนี้มีค่าหรือไม่ ถ้ามี จงระบุค่าของลิมิตนั้น
 - 5.1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y}{x^2 + y^2}$
 - 5.2) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy^2 \sin(z)}{x^2 + y^2 + z^2}$
6. ให้ $f(x, y) = e^x \sin y$ จงหา
 - 6.1) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$
 - 6.2) $\nabla f(x, y)$
 - 6.3) $f'((x, y); (a, b))$
 - 6.4) อนุพันธ์ของ f ที่จุด $(1, 0)$
 - 6.5) อนุพันธ์ของ f ที่จุด $(1, 0)$ ในทิศทางของเวกเตอร์ $(-1, 1)$
7. ให้ S เป็นพื้นผิวในปริภูมิสามมิติที่กำหนดโดย $z = f(x, y) = \sin(xy)$ จงหา
 - 7.1) เวกเตอร์หน่วย \vec{j} ที่ทำให้ $f'((\pi, 1); \vec{j})$ มีค่ามากที่สุด
 - 7.2) เวกเตอร์หน่วย \vec{j} ที่ทำให้ $|f'((\pi, 1); \vec{j})|$ มีค่าน้อยที่สุด
 - 7.3) สมการเส้นนอร์มัลและระนาบสัมผัสพื้นผิว S ที่จุด $(\pi, 1, 0)$
8. จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียลรวมประมาณค่าของ $\sqrt[4]{(2.99)^2 + 6.02} + e^{0.01}$
9. จงหาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรี 2 ของฟังก์ชัน $f(x, y) = e^{xy}$ รอบจุด $(0, 0)$