

Number Theory

การแยกตัวประกอบของจำนวนเต็มบวก

Enter an integer: int := 10!

int = 3628800

Factors: int factor $\rightarrow 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$

$$40! = 8.1592 \times 10^{47}$$

$$40! \rightarrow 8159152832478977343456112695961158942720000000000$$

$$40! \text{ factor} \rightarrow 2^{38} \cdot 3^{18} \cdot 5^9 \cdot 7^5 \cdot 11^3 \cdot 13^3 \cdot 17^2 \cdot 19^2 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37$$

$$\frac{100!}{50! \cdot 50!} = 1.0089 \times 10^{29}$$

$$\frac{100!}{50! \cdot 50!} \rightarrow 100891344545564193334812497256$$

$$\frac{100!}{50! \cdot 50!} \text{ factor} \rightarrow 2^3 \cdot 3^4 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 53 \cdot 59 \cdot 61 \cdot 67 \cdot 71 \cdot 73 \cdot 79 \cdot 83 \cdot 89 \cdot 97$$

การหา ค.ร.น. และ ห.ร.ม. ของ a, b

Enter two integers: a := 448 b := 848

Mathcad built-in function:

$$\text{row_v} := (a \quad b)$$

$$\text{gcd}(\text{row_v}) = 16$$

$$\text{col_v} := \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\text{gcd}(\text{col_v}) = 16$$

GCD program:

$$\text{GCD}(x, y) := \begin{cases} y & \text{if } x = 0 \\ \text{GCD}(\text{mod}(y, x), x) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{GCD}(a, b) = 16$$

การคำนวณในระบบเลขฐาน 2 ฐาน 8 ฐาน 16 และ ฐาน 10

Enter an integer:

$x := 25$

Decimal representation:

$x = 25$

Octal representation:

$x = 31_8$

Hexadecimal representation:

$x = 19_{16}$

Binary representation:

$x = 11001_2$

Note: If you double-click on a numerical result, you can change the radix of the result from decimal to hexadecimal, octal, or binary, which was done here.

$$101_2 + 111_2 = 1100_2$$

$$101_2 + 111_2 = 14_8$$

$$101_2 + 111_2 = 0_{16}$$

$$101_2 + 111_2 = 12$$

ฟังก์ชัน floor, ceil, trunc, round

$\text{floor}(x)$ = จำนวนเต็มใหญ่ที่สุดที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ x

$\text{ceil}(x)$ = จำนวนเต็มเล็กที่สุดที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ x

$\text{trunc}(x)$ = จำนวนเต็มที่ได้จาก x โดยตัดส่วนทศนิยมของ x ทิ้ง

$\text{round}(x, k)$ = จำนวนจริงที่ได้จาก x โดยปัดทศนิยมให้เหลือ k ตำแหน่ง

$\text{mantissa}(x)$ = ส่วนที่เป็นทศนิยมของ x

ตัวอย่างเช่น

$$e = 2.7183$$

$$\text{floor}(e) = 2$$

$$\text{floor}(-e) = -3$$

$$\text{ceil}(e) = 3$$

$$\text{ceil}(-e) = -2$$

$$\text{trunc}(e) = 2$$

$$\text{trunc}(-e) = -2$$

$$\text{round}(e, 2) = 2.72$$

$$\text{round}(e, 4) = 2.7183$$

$$\text{round}(e, 6) = 2.7183$$

$$\text{mantissa}(x) := x - \text{floor}(x)$$

$$\text{mantissa}(e) = 0.7183$$

Gives the integer less than or equal to a number

Gives the integer greater than or equal to a number

Chops the decimal (non-integer) part of a number

Rounds a number to the specified number of digits to the right of the decimal point.

Gives the decimal part of a number

แบบฝึกหัด

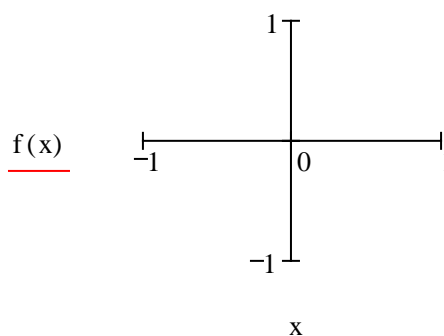
1. จงหาตัวประกอบจำนวนเฉพาะทั้งหมดของ $10!$
2. จงหาตัวประกอบจำนวนเฉพาะ 5 ทั้งหมดของ $50!$
3. จงหาจำนวนเต็มบวก k ค่ามากที่สุดที่ทำให้ 5^k หาร $100!$ ลงตัว
4. กำหนดให้ p เป็นจำนวนเฉพาะ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก
จงหาจำนวนเต็มบวก k ค่ามากที่สุดที่ทำให้ p^k หาร $n!$ ลงตัว

การเขียนกราฟของฟังก์ชันเป็นคาบ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟ $f(x) = x$ เมื่อ $x \in [-1, 1]$ และ $f(x + 2) = x$

Input function and endpoints of interval: $f(x) := x$ $a := -1$ $b := 1$

$x := -1, -1 + 0.01 .. 1$



Decimal part of x:

$$\text{mantissa}(x) := x - \text{floor}(x)$$

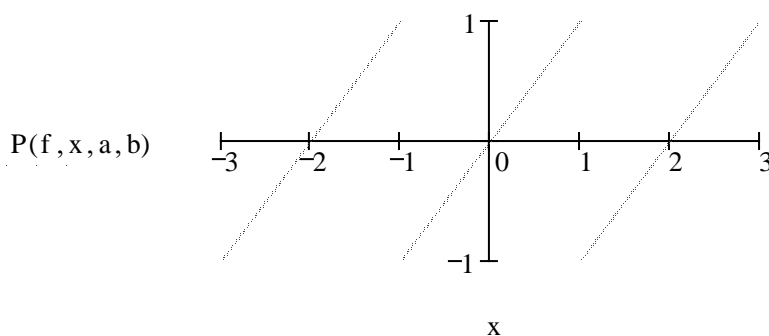
Shift/scale function for x variable:

$$\text{shftsca}(x, a, b) := a + (b - a) \cdot \text{mantissa}\left(\frac{x - a}{b - a}\right)$$

Periodic extension of (x):

$$P(f, x, a, b) := f(\text{shftsca}(x, a, b))$$

$x := -3, -2.99 .. 3$



การหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่ต้องการจากพหุนาม

Click on x and choose **Polynomial Coefficients** from the **Symbolics** menu:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$\begin{pmatrix} c \\ b \\ a \end{pmatrix}$$

Click on $\cos(t)$ and choose **Polynomial Coefficients** from the **Symbolics** menu:

$$\cos(7 \cdot t) \text{ expand} \rightarrow 64 \cdot \cos(t)^7 - 112 \cdot \cos(t)^5 + 56 \cdot \cos(t)^3 - 7 \cdot \cos(t)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 0 \\ 56 \\ 0 \\ -112 \\ 0 \\ 64 \end{pmatrix}$$

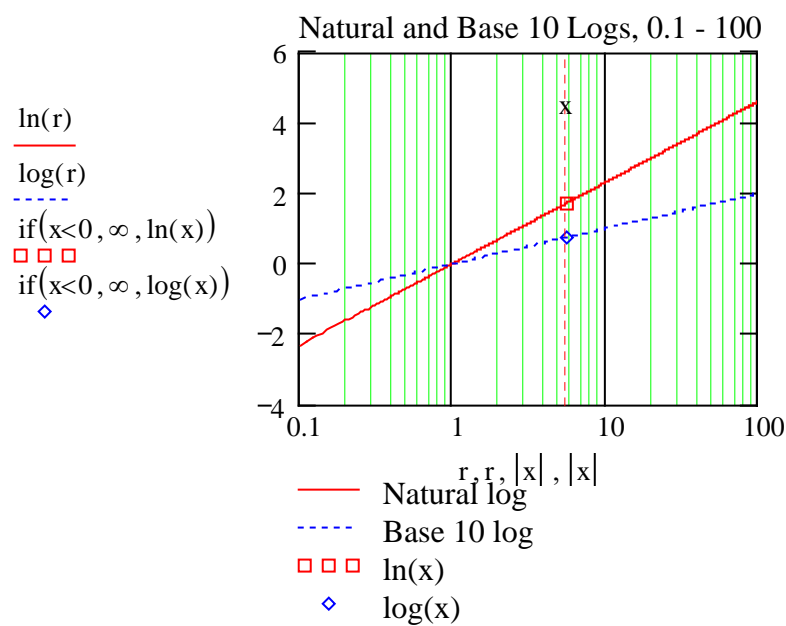
การคำนวณค่าลอการิทึม และการเขียนกราฟบนสเกลลอการิทึม

Enter a positive number: $x := 5.67$

Natural log: $\ln(x) = 1.7352$

Base 10 log: $\log(x) = 0.7536$

$r := 0.1, 0.11 \dots 100$



การสร้างลำดับซึ่งมีสมบัติ

$$a_i = \begin{cases} 0 & ; i \text{ เป็นจำนวนประกอบ} \\ 1 & ; i \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ} \end{cases}$$

$$A(k) := \begin{array}{l} \text{for } i \in 2.. \sqrt{k} \\ \quad \text{for } j \in 2.. \frac{k}{i} \\ \quad \quad a_{i,j} \leftarrow 1 \\ \text{a} \end{array}$$

$$A(19) = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & 0 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 4 & 1 \\ \hline 5 & 0 \\ \hline 6 & 1 \\ \hline 7 & 0 \\ \hline 8 & 1 \\ \hline 9 & 1 \\ \hline 10 & 1 \\ \hline 11 & 0 \\ \hline 12 & 1 \\ \hline 13 & 0 \\ \hline 14 & 1 \\ \hline 15 & 1 \\ \hline 16 & 1 \\ \hline 17 & 0 \\ \hline 18 & 1 \\ \hline \end{array}$$

การหาจำนวนเฉพาะโดยใช้หลักการของ ตะแกรงเอราโตสเทเนส (Sieve of Eratosthenes)

```

prime(k) :=
  n ← k2
  a ← 0
  for i ∈ 2..√n
    for j ∈ 2.. $\frac{n}{i}$ 
      ai·j ← 1
  j ← 0
  i ← 2
  while (i ≤ n) · (j ≠ k)
    if ai = 0
      prime_no ← i
      j ← j + 1
    i ← i + 1
  prime_no

```

$$\text{prime}(5) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix}$$