

ตัวอย่างข้อสอบ 2301312 สมการเชิงอนุพันธ์ ปรับปรุงจากข้อสอบกลางภาคต้น ปีการศึกษา 2546

PART A

1. กำหนดให้ $f_1(x) = x + x^3$, $f_2(x) = x - x^3$ และ $f_3(x) = 4x + 2x^3$ (8 คะแนน)
 - 1.1 กำหนดให้ $h(x) = 4f_1(x) + 3f_2(x) - 5f_3(x)$ จงหาสูตรของ $h(x)$ และค่าของ $h(-1)$
 - 1.2 จงหาจacobian สเกี้ยน $W(f_1, f_2, f_3 : x)$ และ $W(f_1, f_2, f_3 : 1)$
 - 1.3 จงตรวจสอบว่า f_1, f_2, f_3 เป็นอิสระเชิงเส้นต่อกันหรือไม่บน $(-\infty, \infty)$
2. กำหนดให้ $f_1(x) = \sin(2x)$, $f_2(x) = 2 + 4x - 5x^2$ และ $f_3(x) = x^2 + e^{3x}$ (8 คะแนน)
 - 2.1 กำหนด $h(x) = (xD + 1)f_1(x)$ จงหาค่าของ $h(\frac{\pi}{4})$
 - 2.2 กำหนด $g(x) = (xD - 1)f_3(x)$ จงหาค่าของ $g(0)$
 - 2.3 กำหนดให้ $Q(D) = (xD + 1)(xD - 1)$ จงกระจายพหุนามของตัวดำเนินการ $Q(D)$
3. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการต่อไปนี้ (เติมเฉพาะคำตอบโดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ) (8 คะแนน)
 - 3.1 $D^2(D + 3)y = 0$
 - 3.2 $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$
 - 3.3 $y^{(4)} - 16y = 0$
 - 3.4 $(D - 2)^4 y = 0$
4. จงหาพหุนามของตัวดำเนินการ $Q(D)$ ที่มีดีกรีต่ำสุด และสัมประสิทธิ์ของ D กำลังสูงสุดมีค่าเป็น 1 และ $Q(D)$ เป็นตัวดำเนินการลบสร้างฟังก์ชัน $f(x)$ ที่กำหนดให้ (ไม่ต้องกระจายพหุนาม $Q(D)$ ที่ได้ และเติมเฉพาะคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ) (8 คะแนน)
 - 4.1 $f(x) = 1 + 4x$
 - 4.2 $f(x) = x^2 e^{4x} + 4$
 - 4.3 $f(x) = \sin(x) + e^{3x} \cos(2x)$
 - 4.4 $f(x) = x^2 e^{3x} \sin(4x)$
5. จงหาผลเฉลยเฉพาะ (ปริพันธ์เฉพาะ) ของสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้ (8 คะแนน)
 - 5.1 $(D - 2)(D^2 + 2D + 2)y = e^x$
 - 5.2 $(D^2 + 1)y = x^2 + 1$
 - 5.3 $(D^3 + D)y = \sin(2x)$
6. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ (10 คะแนน)
 - 6.1 $y'' - 4y' + 4y = 4e^{2x}$
 - 6.2 $x^2 y'' - 4xy' + 4y = 4x^2$
7. จงหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $y''' + y'' = \sin(2x)$ เมื่อ $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$ และ $y''(0) = -1$ (10 คะแนน)
8. จงหาผลเฉลยของสมการ $y' + y = (2 + x)\cos x$ เมื่อ $y(0) = 2$ โดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (10 คะแนน)
9. จงหาผลเฉลยของสมการ $(D^2 - 3D + 2)y = \frac{-e^{2x}}{1 + e^x}$ (10 คะแนน)

PART B

10. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ $(2x + 1)^2 y'' + 4(2x + 1)y' - 24y = 0$ เมื่อ $x > -\frac{1}{2}$ (10 คะแนน)
11. จงหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ $(D - 2)x + 2Dy = 2 - 4e^t$ (12 คะแนน)

$$(2D - 3)x + (3D - 1)y = 0$$
12. จงหาผลเฉลยของระบบสมการที่กำหนดให้ $\frac{dx}{dt} = x - y - z$ (18 คะแนน)

$$\frac{dy}{dt} = y + 3z$$

$$\frac{dz}{dt} = 3y + z$$