

การตัดตัวเลือก ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 (15 ตุลาคม พ.ศ. 2547) ข้อ 23

ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $z^{14} - i = 0$ และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $z^{22} - i = 0$ แล้วจำนวนสมาชิกของ $A \cap B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |

การตัดตัวเลือก

เพราะว่า $z = 0$ ไม่เป็นคำตอบ

และ สมการกำลังเลขคู่ ถ้า z เป็นราก แล้ว $-z$ ต้องเป็นรากด้วย

เพราะฉะนั้นจำนวนสมาชิกของ $A \cap B$ ต้องเป็นจำนวนคู่

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 3.

วิธีจริง

สมาชิกของ $A \cap B$ คือคำตอบของสมการ $z^{14} - i = 0$... (1)

และ $z^{22} - i = 0$... (2)

ให้ $w = z^2$

เพราะฉะนั้นจาก (1) จะได้ $w^7 = i$... (3)

และจาก (2) จะได้ $w^{11} = i$... (4)

เพราะฉะนั้น $w^7 = i = w^{11}$

เพราะฉะนั้น $w^4 = 1$

เพราะฉะนั้น $w = 1, -1, i, -i$

โดยการตรวจสอบคำตอบจะได้ $w = -i$ เท่านั้น

เพราะฉะนั้น $z^2 = -i$ และ $A \cap B = \{\sqrt{-i}, -\sqrt{-i}\}$